Dr. Muslim, M.Pd.
Abd. Haris, M.Pd.
Mutmainah, M.Pd.
Adi Apriadi Adiansha, M.Pd.

Teori dan Implementasi Diskusi Pemecahan Masalah Matematika:

Tahapan Polya dalam Perspektif Commognitive

Editor: Dr. Nanang Diana, M.Pd.

EDUPEDIA Publisher

Teori dan Implementasi Diskusi Pemecahan Masalah Matematika:

Tahapan Polya dalam Perspektif Commognitive

Penulis:
Dr. Muslim, M.Pd.
Abd. Haris, M.Pd.
Mutmainah, M.Pd.
Adi Apriadi Adiansha, M.Pd.

CV. Edupedia Publisher

Teori dan Implementasi Diskusi Pemecahan Masalah Matematika:
Tahapan Polya dalam Perspektif Commognitive

Penulis:
Dr. Muslim, M.Pd.
Abd. Haris, M.Pd.
Mutmainah, M.Pd.
Adi Apriadi Adiansha, M.Pd

ISBN:
978-634-7498-40-3

Editor:
Dr. Nanang Diana, M.Pd.

Desain Sampul dan Tata Letak:
Adi Apriadi Adiansha, M.Pd

Penerbit: CV. Edupedia Publisher
(Anggota IKAPI No. 465/JBA/2023)

Cetakan Kedua, Januari 2026
viii + 162 hlm, 17.6 x 25 cm

KATA PENGANTAR

Pemecahan masalah merupakan jantung dari pembelajaran matematika yang bermakna. Melalui aktivitas pemecahan masalah, matematika tidak hanya dipahami sebagai kumpulan prosedur dan aturan simbolik, melainkan sebagai proses berpikir yang melibatkan penalaran, komunikasi, refleksi, serta negosiasi makna. Dalam konteks ini, diskusi matematis memiliki peran strategis sebagai ruang interaksi yang memungkinkan peserta didik membangun, menguji, dan merekonstruksi pemahaman matematis secara kolektif.

Buku Teori dan Implementasi Diskusi Pemecahan Masalah Matematika: Tahapan Polya dalam Perspektif Commognitive disusun sebagai upaya untuk memberikan landasan konseptual yang kuat dalam memahami pemecahan masalah matematika sebagai praktik berpikir sekaligus praktik diskursif. Buku ini memadukan kerangka tahapan pemecahan masalah Polya dengan perspektif commognitive yang memandang berpikir dan berkomunikasi sebagai satu kesatuan yang tidak terpisahkan dalam pembelajaran matematika. Melalui sintesis tersebut, pembaca diajak untuk melihat pemecahan masalah tidak sebagai aktivitas linear, melainkan sebagai proses dinamis yang berkembang melalui bahasa, representasi visual, pola aktivitas diskursif, serta legitimasi penalaran matematis.

Penyajian buku ini dirancang secara sistematis, dimulai dari landasan konseptual pemecahan masalah matematika, dilanjutkan dengan pembahasan mendalam mengenai tahapan Polya sebagai kerangka berpikir matematis, perspektif commognitive dalam diskusi pemecahan masalah, dinamika perubahan peran dalam interaksi diskursif, hingga prinsip-

prinsip implementasi diskusi pemecahan masalah matematika dalam pembelajaran. Seluruh uraian disusun sebagai buku referensi yang menekankan penguatan pemahaman teoretis dan konseptual, tanpa berfokus pada laporan penelitian tertentu, sehingga dapat digunakan secara luas dalam berbagai konteks pendidikan.

Buku ini ditujukan bagi dosen, guru, mahasiswa pendidikan matematika, serta para pemerhati pendidikan yang memiliki perhatian terhadap pengembangan pembelajaran matematika berbasis pemecahan masalah dan diskusi bermakna. Diharapkan buku ini dapat menjadi rujukan akademik yang memperkaya wawasan, memperkuat refleksi pedagogis, serta menginspirasi praktik pembelajaran matematika yang menempatkan diskusi sebagai sarana utama pengembangan penalaran dan pemahaman matematis.

Akhir kata, penulis menyadari bahwa buku ini masih memiliki keterbatasan. Oleh karena itu, saran dan masukan yang konstruktif sangat diharapkan demi penyempurnaan karya ini di masa mendatang. Semoga buku ini memberikan kontribusi positif bagi pengembangan pendidikan matematika dan menjadi bagian dari upaya berkelanjutan dalam membangun pembelajaran matematika yang bermakna, reflektif, dan berorientasi pada penguatan cara berpikir matematis.

Penulis

DAFTAR ISI

BAB I. LANDASAN KONSEPTUAL PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA

1. Hakikat Pemecahan Masalah dalam Pembelajaran Matematika

a. Pemecahan Masalah sebagai Esensi Pembelajaran Matematika

Pemecahan masalah menempati posisi fundamental dalam pembelajaran matematika karena matematika secara ontologis berkembang dari upaya manusia untuk memahami keteraturan, hubungan, dan struktur dalam berbagai situasi problematik. Aktivitas matematika tidak lahir dari hafalan prosedur, melainkan dari kebutuhan untuk merumuskan persoalan, menafsirkan kondisi, dan menyusun solusi yang dapat dipertanggungjawabkan secara logis. Dalam konteks pendidikan, pemecahan masalah menjadi sarana utama untuk mempertemukan peserta didik dengan hakikat matematika sebagai disiplin berpikir, bukan sekadar kumpulan aturan simbolik. Ketika pemecahan masalah dijadikan poros pembelajaran, matematika dipahami sebagai aktivitas intelektual yang dinamis dan reflektif, di mana pemahaman konsep dibangun melalui proses eksplorasi dan penalaran. Pendekatan ini sejalan dengan pandangan bahwa nilai utama pembelajaran matematika terletak pada pengembangan cara berpikir, bukan hanya pada pencapaian jawaban benar (Bagchi, 2025; Horrocks & Shearman, 2025).

Dalam pembelajaran matematika yang berorientasi pada pemecahan masalah, konsep-konsep matematika dipelajari dalam konteks penggunaannya untuk memahami dan menyelesaikan persoalan. Konsep tidak disajikan sebagai entitas abstrak yang terpisah, tetapi sebagai alat berpikir yang memiliki fungsi epistemik. Melalui pemecahan masalah, peserta didik belajar bagaimana konsep saling berhubungan dan bagaimana suatu ide matematis memperoleh makna dalam situasi tertentu. Proses ini memungkinkan terbangunnya pemahaman yang lebih koheren, karena pengetahuan matematika tidak terfragmentasi menjadi bagian-bagian yang terisolasi. Literatur pendidikan matematika menegaskan bahwa pembelajaran yang menempatkan pemecahan masalah sebagai inti mampu mengintegrasikan aspek konseptual dan prosedural secara seimbang, sehingga pemahaman matematika menjadi lebih stabil dan bermakna (Felmer, 2023; Hadi et al., 2025).

Pemecahan masalah juga berfungsi sebagai wahana untuk menumbuhkan keterlibatan intelektual peserta didik secara aktif. Tantangan yang melekat dalam suatu masalah mendorong peserta didik untuk berpikir, membuat dugaan, serta mengevaluasi langkah yang diambil. Aktivitas ini menuntut partisipasi mental yang lebih mendalam dibandingkan pembelajaran yang hanya berfokus pada latihan rutin. Dengan demikian, pemecahan masalah berkontribusi terhadap pembentukan pengalaman belajar yang bermakna, karena peserta didik merasakan langsung proses berpikir matematis yang autentik. Pengalaman tersebut memperkuat pemahaman bahwa matematika bukanlah sekadar aktivitas mekanis, melainkan proses intelektual yang menuntut ketekunan, kreativitas, dan refleksi (Putri et al., 2025).

Dengan menjadikan pemecahan masalah sebagai esensi pembelajaran, matematika diposisikan sebagai disiplin yang relevan dengan pengembangan kemampuan bernalar jangka panjang. Pendekatan ini membantu peserta didik membangun sikap positif terhadap matematika, karena pembelajaran tidak lagi dipersepsi sebagai aktivitas menghafal rumus, melainkan sebagai proses memahami dan memaknai persoalan. Dalam jangka panjang, orientasi ini memperkuat peran matematika sebagai sarana pembentukan cara berpikir logis dan sistematis yang dapat diterapkan dalam berbagai konteks kehidupan. Oleh karena itu, pemecahan masalah bukan sekadar strategi pembelajaran, tetapi fondasi konseptual yang mendefinisikan hakikat pembelajaran matematika itu sendiri.

b. Pemecahan Masalah sebagai Aktivitas Berpikir Tingkat Tinggi

Pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika merepresentasikan aktivitas berpikir tingkat tinggi karena menuntut kemampuan kognitif yang melampaui pengenalan dan penerapan prosedur rutin. Dalam situasi pemecahan masalah, peserta didik dihadapkan pada persoalan yang tidak selalu memiliki jalur penyelesaian yang langsung terlihat. Kondisi ini mengharuskan peserta didik melakukan analisis mendalam terhadap informasi yang tersedia, mengidentifikasi hubungan antar unsur, serta menentukan strategi yang paling sesuai dengan karakteristik masalah. Proses tersebut mencerminkan keterlibatan kemampuan berpikir tingkat tinggi yang menekankan pada penalaran, pengambilan keputusan, dan evaluasi terhadap alternatif solusi (Horrocks & Shearman, 2025).

Karakter berpikir tingkat tinggi dalam pemecahan masalah juga tercermin dari kebutuhan untuk menghubungkan berbagai konsep matematika secara fleksibel. Peserta didik tidak hanya mengandalkan satu konsep atau prosedur, tetapi perlu mengintegrasikan berbagai ide untuk membangun solusi yang koheren. Fleksibilitas berpikir ini memungkinkan peserta didik menyesuaikan strategi sesuai dengan tuntutan masalah, sekaligus memperluas pemahaman terhadap struktur matematika yang mendasarinya. Dalam konteks ini, pemecahan masalah berfungsi sebagai sarana untuk mengembangkan kemampuan berpikir adaptif, yang sangat penting dalam menghadapi persoalan matematika yang bersifat kompleks dan tidak terstruktur (Putri et al., 2025).

Selain itu, pemecahan masalah mendorong berkembangnya kemampuan reflektif dan metakognitif. Selama proses penyelesaian, peserta didik perlu memantau langkah yang diambil, menilai keefektifan strategi, serta melakukan penyesuaian jika solusi yang diperoleh tidak sesuai dengan harapan. Aktivitas reflektif ini membantu peserta didik menyadari cara berpikirnya sendiri, sehingga pembelajaran tidak berhenti pada hasil akhir, tetapi mencakup pemahaman terhadap proses berpikir yang mendasarinya. Kesadaran metakognitif ini menjadi komponen penting dalam pengembangan kompetensi matematis yang berkelanjutan (Hadi et al., 2025).

Dengan demikian, pemecahan masalah berperan sebagai medium utama untuk menumbuhkan kemampuan berpikir tingkat tinggi dalam pembelajaran matematika. Melalui keterlibatan dalam aktivitas pemecahan masalah, peserta didik belajar untuk menganalisis, mengevaluasi, dan mensintesis informasi secara sistematis. Pembelajaran matematika yang menekankan aspek ini tidak hanya menghasilkan penguasaan konsep, tetapi juga membentuk kapasitas berpikir yang kritis dan reflektif. Oleh karena itu, pemecahan masalah menjadi sarana strategis dalam mengembangkan kompetensi intelektual yang esensial bagi pembelajaran matematika abad ke-21.

c. Pemecahan Masalah sebagai Proses Konstruksi Makna Matematis

Pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika berfungsi sebagai proses konstruksi makna, di mana pemahaman konsep dibangun melalui keterlibatan aktif peserta didik dalam situasi bermasalah. Makna matematis tidak hadir secara instan melalui penyampaian definisi formal, tetapi berkembang melalui proses penafsiran, eksplorasi, dan refleksi yang dilakukan selama upaya penyelesaian masalah. Dalam konteks ini, pemecahan masalah memungkinkan peserta didik membangun pemahaman yang bersifat personal sekaligus konseptual, karena makna dibentuk melalui pengalaman berpikir yang dialami secara langsung (Sihlangu et al., 2025).

Konstruksi makna dalam pemecahan masalah juga dipengaruhi oleh penggunaan representasi dan bahasa matematika. Peserta didik menggunakan simbol, diagram, dan istilah matematika untuk mengekspresikan ide serta menguji konsistensi pemahaman yang dimiliki. Proses ini memungkinkan terjadinya transformasi pemahaman, di mana ide awal yang bersifat intuitif berkembang menjadi konsep yang lebih formal dan terstruktur. Literatur diskursus matematika menegaskan bahwa pemaknaan konsep sangat bergantung pada cara peserta didik menggunakan dan menafsirkan bahasa matematika selama aktivitas pemecahan masalah (Lu et al., 2023).

Selain itu, pemecahan masalah membuka ruang bagi munculnya berbagai strategi dan cara pandang terhadap konsep yang sama. Keberagaman pendekatan ini memperkaya proses konstruksi makna, karena peserta didik dapat membandingkan dan merefleksikan berbagai solusi yang dihasilkan. Melalui proses tersebut, pemahaman konsep menjadi lebih fleksibel dan tidak terikat pada satu representasi atau prosedur tertentu. Hal ini menunjukkan bahwa pemecahan masalah berkontribusi terhadap pembentukan pemahaman matematis yang lebih luas dan mendalam (Putri et al., 2025).

Dengan memandang pemecahan masalah sebagai proses konstruksi makna, pembelajaran matematika dapat diarahkan untuk menekankan pemahaman konseptual yang bermakna. Pendekatan ini membantu peserta didik membangun relasi antara pengalaman berpikir dan struktur formal matematika, sehingga konsep tidak dipahami secara terpisah dari konteks penggunaannya. Oleh karena itu, pemecahan masalah berfungsi sebagai jembatan epistemik yang menghubungkan pengalaman belajar dengan pemahaman konseptual yang kokoh dan berkelanjutan.

d. Pemecahan Masalah sebagai Aktivitas Sosial dan Diskursif

Pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika tidak hanya merupakan aktivitas kognitif individual, tetapi juga praktik sosial yang berlangsung melalui interaksi dan komunikasi. Dalam konteks diskusi pemecahan masalah, peserta didik membangun pemahaman melalui pertukaran ide, argumentasi, dan klarifikasi makna. Proses ini menempatkan bahasa dan simbol matematika sebagai alat utama dalam pembentukan pengetahuan bersama. Perspektif ini menegaskan bahwa belajar matematika merupakan aktivitas diskursif yang dipengaruhi oleh dinamika interaksi sosial (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dimensi diskursif dalam pemecahan masalah memungkinkan terjadinya negosiasi makna, di mana peserta didik saling menilai dan merevisi pemahaman berdasarkan legitimasi matematis. Perbedaan pandangan tidak dipandang sebagai hambatan, melainkan sebagai sumber pendalaman konsep. Melalui dialog matematis, peserta didik belajar mengemukakan alasan, mempertahankan argumen, dan menerima kritik secara konstruktif. Aktivitas ini memperkuat kualitas penalaran matematis sekaligus membangun budaya diskusi yang reflektif dan terbuka (Barros & Skovsmose, 2025).

Selain itu, pemecahan masalah sebagai aktivitas sosial melibatkan dinamika perubahan peran dan posisi dalam diskusi. Peserta didik dapat berganti peran sebagai pengusul ide, penanya, atau penilai argumen, tergantung pada konteks interaksi. Perubahan peran ini mencerminkan perkembangan pemahaman dan kepercayaan diri dalam diskursus matematis. Kajian commognitive menunjukkan bahwa perubahan peran dalam diskusi berkontribusi terhadap perkembangan diskursus dan pemahaman matematis yang lebih mendalam (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dengan demikian, pemecahan masalah sebagai aktivitas sosial dan diskursif memperluas pemahaman tentang hakikat belajar matematika. Pembelajaran matematika tidak lagi dipahami sebagai proses individual yang terisolasi, tetapi sebagai praktik kolektif yang dibangun melalui komunikasi dan interaksi. Pendekatan ini memperkuat peran diskusi dalam pembelajaran matematika dan menegaskan bahwa kualitas pemahaman matematis sangat dipengaruhi oleh proses diskursif yang terjadi selama pemecahan masalah.

2. Pemecahan Masalah sebagai Aktivitas Kognitif dan Diskursif

a. Dimensi Kognitif dalam Pemecahan Masalah Matematika

Pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika pada dasarnya merupakan aktivitas kognitif yang melibatkan serangkaian proses mental kompleks. Proses tersebut mencakup pemahaman situasi masalah, pengorganisasian informasi, pemilihan strategi, serta penarikan kesimpulan berdasarkan hubungan logis antar konsep. Aktivitas kognitif ini menuntut keterlibatan aktif peserta didik dalam mengolah informasi, bukan sekadar menerima pengetahuan secara pasif. Dalam konteks ini, pemecahan masalah menjadi sarana utama untuk mengaktifkan proses berpikir matematis yang berorientasi pada penalaran dan pemahaman konseptual. Literatur pendidikan matematika menegaskan bahwa kualitas pemecahan masalah sangat bergantung pada kemampuan kognitif peserta didik dalam membangun representasi mental terhadap masalah yang dihadapi (Hadi et al., 2025; Putri et al., 2025).

Dimensi kognitif pemecahan masalah juga terlihat dari kemampuan peserta didik dalam mengaitkan pengetahuan sebelumnya dengan situasi baru. Ketika menghadapi suatu masalah, peserta didik perlu mengidentifikasi konsep yang relevan, mengaktifkan skema pengetahuan yang telah dimiliki, serta menyesuaikannya dengan tuntutan konteks masalah. Proses ini menunjukkan bahwa pemecahan masalah bukanlah aktivitas yang berdiri sendiri, melainkan terintegrasi dengan struktur pengetahuan yang telah terbentuk. Dengan demikian, pemecahan masalah berperan sebagai mekanisme penting dalam penguatan dan restrukturisasi pemahaman matematis (Horrocks & Shearman, 2025).

Selain itu, aktivitas kognitif dalam pemecahan masalah menuntut kemampuan untuk melakukan evaluasi dan pengambilan keputusan. Peserta didik perlu mempertimbangkan keefektifan strategi yang dipilih, menilai ketepatan langkah yang dilakukan, serta mengidentifikasi kemungkinan kesalahan. Aktivitas evaluatif ini mendorong berkembangnya kemampuan berpikir reflektif, karena peserta didik tidak hanya fokus pada hasil akhir, tetapi juga pada kualitas proses berpikir yang dijalani. Kesadaran terhadap proses berpikir tersebut menjadi indikator penting dari perkembangan kognitif dalam pembelajaran matematika (Felmer, 2023).

Dengan demikian, pemecahan masalah sebagai aktivitas kognitif memainkan peran sentral dalam pembentukan kompetensi matematis. Melalui keterlibatan dalam pemecahan masalah, peserta didik mengembangkan kemampuan untuk berpikir secara sistematis, logis, dan reflektif. Pembelajaran matematika yang menekankan dimensi kognitif pemecahan masalah membantu peserta didik membangun fondasi berpikir yang kuat, yang diperlukan untuk memahami konsep matematika yang lebih kompleks dan abstrak di jenjang pembelajaran selanjutnya.

b. Peran Penalaran dan Representasi dalam Aktivitas Kognitif

Penalaran merupakan komponen kunci dalam aktivitas kognitif pemecahan masalah matematika. Melalui penalaran, peserta didik menghubungkan informasi yang tersedia, membangun argumen, serta menarik kesimpulan yang dapat dipertanggungjawabkan secara matematis. Penalaran tidak hanya berfungsi untuk memperoleh solusi, tetapi juga untuk memahami mengapa suatu solusi dianggap valid. Dalam konteks ini, pemecahan masalah memberikan ruang bagi berkembangnya berbagai bentuk penalaran, termasuk penalaran induktif, deduktif, dan analogis. Keberagaman bentuk penalaran ini memperkaya pengalaman belajar matematika dan memperdalam pemahaman konseptual peserta didik (Hadi et al., 2025).

Representasi matematika juga memainkan peran penting dalam aktivitas kognitif pemecahan masalah. Peserta didik menggunakan simbol, diagram, tabel, atau grafik untuk memvisualisasikan situasi masalah dan mengekspresikan ide matematis. Representasi tersebut berfungsi sebagai alat berpikir yang membantu peserta didik mengorganisasi informasi dan menguji konsistensi penalaran. Dalam banyak kasus, kemampuan memilih dan mengubah representasi menjadi faktor penentu keberhasilan pemecahan masalah. Literatur menunjukkan bahwa fleksibilitas dalam menggunakan representasi berkontribusi signifikan terhadap kualitas pemahaman matematis (Lu et al., 2023).

Interaksi antara penalaran dan representasi memungkinkan peserta didik membangun pemahaman yang lebih mendalam terhadap struktur matematika. Representasi membantu menjembatani ide abstrak dengan pengalaman konkret, sementara penalaran memastikan bahwa hubungan yang dibangun bersifat logis dan koheren. Proses ini menegaskan bahwa pemecahan masalah bukan sekadar aktivitas simbolik, tetapi melibatkan integrasi antara berpikir abstrak dan visualisasi matematis (Sihlangu et al., 2025).

Dengan demikian, penalaran dan representasi merupakan dua unsur kognitif yang saling melengkapi dalam pemecahan masalah matematika. Pembelajaran yang memberikan perhatian pada kedua aspek ini membantu peserta didik mengembangkan cara berpikir matematis yang lebih komprehensif. Melalui pemecahan masalah, peserta didik tidak hanya belajar menggunakan representasi secara teknis, tetapi juga memahami peran epistemiknya dalam membangun pengetahuan matematika.

c. Dimensi Diskursif dalam Pemecahan Masalah Matematika

Pemecahan masalah matematika tidak dapat dipisahkan dari dimensi diskursif, karena proses berpikir matematis sering kali diwujudkan dan dikembangkan melalui bahasa. Dalam diskursus pemecahan masalah, peserta didik mengekspresikan ide, mengajukan pertanyaan, serta membangun argumen menggunakan istilah dan simbol matematika. Bahasa berfungsi sebagai medium utama untuk mengartikulasikan pemahaman dan menguji validitas penalaran. Perspektif diskursif menegaskan bahwa belajar matematika merupakan proses komunikasi yang melibatkan penggunaan bahasa secara bermakna (Sihlangu et al., 2025).

Dimensi diskursif juga memungkinkan terjadinya klarifikasi dan pendalaman pemahaman. Ketika peserta didik mengungkapkan ide secara verbal atau tertulis, mereka dipaksa untuk merumuskan pemikiran secara lebih terstruktur. Proses ini membantu mengidentifikasi ketidakkonsistenan atau kekosongan dalam penalaran, sehingga mendorong perbaikan pemahaman. Diskursus pemecahan masalah dengan demikian berfungsi sebagai alat refleksi yang memperkuat kualitas berpikir matematis (Lu et al., 2023).

Selain itu, diskursus matematika bersifat normatif karena dipandu oleh aturan dan konvensi tertentu. Peserta didik belajar bahwa tidak semua argumen dapat diterima secara matematis, melainkan harus memenuhi kriteria legitimasi tertentu. Proses belajar ini membantu peserta didik memahami standar penalaran matematika yang berlaku dalam komunitas belajar. Dengan demikian, pemecahan masalah menjadi sarana untuk mengenalkan peserta didik pada norma-norma diskursif matematika (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Melalui dimensi diskursif, pemecahan masalah memperluas pemahaman tentang hakikat belajar matematika. Pembelajaran tidak hanya berfokus pada aktivitas mental individual, tetapi juga pada proses komunikasi yang memungkinkan terbentuknya pemahaman bersama. Pendekatan ini menegaskan bahwa kualitas pemahaman matematis sangat dipengaruhi oleh cara peserta didik berpartisipasi dalam diskursus pemecahan masalah (Barros & Skovsmose, 2025).

d. Integrasi Aktivitas Kognitif dan Diskursif dalam Pemecahan Masalah

Aktivitas kognitif dan diskursif dalam pemecahan masalah matematika tidak berlangsung secara terpisah, melainkan saling berkelindan dalam proses belajar. Pemahaman kognitif yang dibangun melalui penalaran dan representasi sering kali dimediasi oleh diskursus, baik dalam bentuk dialog internal maupun komunikasi dengan pihak lain. Dalam konteks ini, diskursus berfungsi sebagai jembatan yang menghubungkan proses berpikir internal dengan ekspresi eksternal pemahaman matematis (Lu et al., 2023).

Integrasi antara aspek kognitif dan diskursif memungkinkan peserta didik mengembangkan pemahaman yang lebih stabil dan koheren. Ketika ide matematis dikomunikasikan dan dipertahankan dalam diskusi, peserta didik memperoleh kesempatan untuk merefleksikan dan merevisi penalaran yang dimiliki. Proses ini memperkuat keterkaitan antara berpikir dan berbicara matematika, sehingga pemahaman tidak bersifat dangkal atau sementara (Sihlangu et al., 2025).

Selain itu, integrasi tersebut mendukung perkembangan peran aktif peserta didik dalam pembelajaran matematika. Peserta didik tidak hanya berperan sebagai pemecah masalah, tetapi juga sebagai komunikator dan penilai argumen. Perubahan peran ini mencerminkan perkembangan pemahaman dan kepercayaan diri dalam diskursus matematis. Kajian commognitive menunjukkan bahwa dinamika peran dalam diskusi berkontribusi terhadap perkembangan diskursus dan pemahaman matematis yang lebih mendalam (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dengan demikian, pemecahan masalah sebagai aktivitas kognitif dan diskursif menawarkan kerangka konseptual yang komprehensif untuk memahami pembelajaran matematika. Pendekatan ini menegaskan bahwa belajar matematika melibatkan integrasi antara berpikir, berbahasa, dan berinteraksi. Oleh karena itu, pembelajaran matematika yang menekankan integrasi kognitif dan diskursif dalam pemecahan masalah berpotensi menghasilkan pemahaman yang lebih bermakna dan berkelanjutan.

3. Peran Diskusi dalam Membangun Pemahaman Matematis

a. Diskusi sebagai Medium Konstruksi Pemahaman Matematis

Diskusi menempati peran sentral dalam pembelajaran matematika karena menyediakan medium sosial bagi peserta didik untuk membangun pemahaman secara aktif dan bermakna. Melalui diskusi, ide matematis tidak hanya dipikirkan secara internal, tetapi juga diartikulasikan, diuji, dan dikembangkan melalui interaksi dengan pihak lain. Proses ini memungkinkan peserta didik mengungkapkan cara berpikirnya secara eksplisit, sehingga pemahaman yang semula bersifat implisit dapat ditata dan diperjelas. Diskusi dengan demikian berfungsi sebagai wahana konstruksi pengetahuan, di mana pemahaman matematis dibangun melalui pertukaran gagasan dan negosiasi makna. Perspektif pendidikan matematika menegaskan bahwa pemahaman yang diperoleh melalui interaksi sosial cenderung lebih stabil karena didukung oleh proses klarifikasi dan justifikasi yang berulang (Felmer, 2023; Barros & Skovsmose, 2025).

Dalam diskusi matematis, peserta didik belajar melihat suatu konsep dari berbagai sudut pandang. Keberagaman ide yang muncul selama diskusi memperkaya cara memahami konsep, karena peserta didik dihadapkan pada alternatif representasi dan strategi penyelesaian. Proses ini membantu mengurangi pemahaman yang sempit dan prosedural, serta mendorong terbentuknya pemahaman konseptual yang lebih luas. Diskusi juga memungkinkan peserta didik membandingkan ide yang dimiliki dengan ide orang lain, sehingga terjadi proses refleksi yang mendalam terhadap pemahaman sendiri. Dengan demikian, diskusi tidak hanya berfungsi sebagai sarana komunikasi, tetapi juga sebagai mekanisme epistemik dalam pembentukan pemahaman matematis (Horrocks & Shearman, 2025).

Diskusi matematis juga memfasilitasi proses eksplorasi konsep yang bersifat terbuka. Peserta didik diberi ruang untuk mengajukan pertanyaan, menyampaikan dugaan, dan mengembangkan ide tanpa tekanan untuk segera memperoleh jawaban akhir. Lingkungan diskusi semacam ini mendukung terbentuknya budaya belajar yang menghargai proses berpikir dan penalaran. Dalam konteks tersebut, kesalahan dipahami sebagai bagian dari proses belajar, bukan sebagai kegagalan. Perspektif ini sejalan dengan pandangan bahwa pemahaman matematis berkembang melalui proses eksplorasi dan revisi ide yang berkesinambungan (Bagchi, 2025).

Dengan memandang diskusi sebagai medium konstruksi pemahaman, pembelajaran matematika dapat diarahkan untuk menekankan kualitas interaksi dan kedalaman penalaran. Diskusi tidak lagi dipahami sebagai aktivitas tambahan, tetapi sebagai komponen esensial dalam membangun pemahaman matematis yang bermakna. Pendekatan ini memperkuat posisi diskusi sebagai sarana utama untuk mengembangkan kemampuan bernalar dan memaknai konsep matematika secara mendalam dan berkelanjutan.

b. Diskusi sebagai Sarana Artikulasi dan Klarifikasi Ide Matematis

Peran penting diskusi dalam pembelajaran matematika terletak pada kemampuannya memfasilitasi artikulasi ide matematis secara eksplisit. Ketika peserta didik diminta untuk menjelaskan pemikiran atau strategi yang digunakan, mereka terdorong untuk merumuskan ide secara lebih terstruktur dan koheren. Proses artikulasi ini membantu peserta didik menyadari hubungan antar konsep serta mengidentifikasi bagian-bagian penalaran yang belum sepenuhnya dipahami. Dengan demikian, diskusi berfungsi sebagai sarana untuk memperjelas dan memperdalam pemahaman matematis melalui penggunaan bahasa dan simbol matematika yang tepat (Sihlangu et al., 2025).

Diskusi juga memainkan peran penting dalam proses klarifikasi ide. Melalui tanggapan, pertanyaan, dan kritik dari peserta lain, ide yang dikemukakan dapat diuji dan disempurnakan. Proses klarifikasi ini membantu mengurangi miskonsepsi dan memperkuat legitimasi penalaran yang digunakan. Dalam diskusi matematis, peserta didik belajar bahwa suatu ide tidak hanya perlu disampaikan, tetapi juga harus dapat dipertanggungjawabkan secara logis. Dengan demikian, diskusi mendorong berkembangnya pemahaman yang lebih akurat dan konsisten terhadap konsep matematika (Lu et al., 2023).

Selain itu, diskusi memungkinkan terjadinya dialog reflektif antara peserta didik dan komunitas belajar. Ketika ide diklarifikasi melalui interaksi, peserta didik memperoleh umpan balik yang membantu merevisi dan memperbaiki pemahaman yang dimiliki. Proses ini bersifat dinamis dan berkelanjutan, karena pemahaman matematis tidak dibangun secara instan, melainkan melalui siklus artikulasi, klarifikasi, dan refleksi. Literatur pendidikan matematika menegaskan bahwa proses dialogis semacam ini berkontribusi signifikan terhadap pendalaman pemahaman konseptual (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dengan demikian, diskusi sebagai sarana artikulasi dan klarifikasi ide matematis memperkuat kualitas pembelajaran matematika. Melalui diskusi, peserta didik tidak hanya belajar menyampaikan ide, tetapi juga belajar mengevaluasi dan memperbaiki penalaran. Pendekatan ini membantu membangun pemahaman matematis yang lebih kokoh dan terstruktur, karena ide yang dipelajari telah melalui proses klarifikasi dan legitimasi bersama.

c. Diskusi sebagai Mekanisme Negosiasi Makna Matematis

Diskusi dalam pembelajaran matematika berfungsi sebagai mekanisme negosiasi makna, di mana pemahaman dibangun melalui interaksi sosial dan diskursif. Negosiasi makna terjadi ketika peserta didik saling membandingkan interpretasi, mempertanyakan asumsi, dan menyepakati makna konsep berdasarkan argumen matematis. Proses ini menegaskan bahwa pemahaman matematis tidak bersifat individual semata, tetapi dibentuk melalui interaksi dalam komunitas belajar. Perspektif diskursif menempatkan diskusi sebagai ruang utama bagi terjadinya negosiasi makna tersebut (Barros & Skovsmose, 2025).

Dalam proses negosiasi makna, perbedaan pandangan antar peserta didik dipandang sebagai sumber belajar yang berharga. Perbedaan tersebut mendorong peserta didik untuk menjelaskan alasan di balik pemikirannya, sekaligus membuka peluang untuk memahami konsep dari sudut pandang yang berbeda. Melalui diskusi, peserta didik belajar bahwa makna matematis tidak hanya ditentukan oleh jawaban akhir, tetapi juga oleh kualitas argumen yang mendukungnya. Dengan demikian, diskusi membantu membangun pemahaman yang lebih mendalam dan inklusif (Felmer, 2023).

Negosiasi makna dalam diskusi matematis juga melibatkan penggunaan norma dan konvensi matematika. Peserta didik belajar bahwa tidak semua interpretasi dapat diterima, melainkan harus sesuai dengan aturan dan prinsip matematis yang berlaku. Proses ini membantu peserta didik memahami standar legitimasi dalam matematika, sehingga pemahaman yang dibangun memiliki dasar epistemik yang kuat. Kajian commognitive menunjukkan bahwa negosiasi makna merupakan komponen penting dalam perkembangan diskursus matematis (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dengan demikian, diskusi sebagai mekanisme negosiasi makna memperluas pemahaman tentang bagaimana pengetahuan matematika dibangun. Pembelajaran matematika yang menekankan diskusi memungkinkan peserta didik terlibat secara aktif dalam proses pembentukan makna, sehingga pemahaman yang diperoleh bersifat lebih mendalam dan berkelanjutan. Pendekatan ini menegaskan peran diskusi sebagai elemen kunci dalam membangun pemahaman matematis yang bermakna dan reflektif .

d. Diskusi sebagai Sarana Penguatan Penalaran dan Pemahaman Bersama

Diskusi matematis berperan penting dalam memperkuat penalaran peserta didik karena menuntut penyampaian ide secara logis dan sistematis. Dalam diskusi, peserta didik tidak hanya diminta untuk menyatakan jawaban, tetapi juga untuk menjelaskan alasan dan langkah yang mendasari solusi yang diperoleh. Aktivitas ini mendorong peserta didik untuk menyusun argumen yang koheren dan dapat dipertanggungjawabkan. Dengan demikian, diskusi berfungsi sebagai sarana penguatan penalaran matematis yang berorientasi pada kualitas proses berpikir (Hadi et al., 2025).

Selain memperkuat penalaran individual, diskusi juga berkontribusi terhadap pembentukan pemahaman bersama dalam komunitas belajar. Melalui pertukaran ide dan klarifikasi makna, peserta didik membangun kesepahaman tentang konsep dan prosedur yang dipelajari. Pemahaman bersama ini penting karena menjadi landasan bagi pengembangan diskursus matematis yang lebih lanjut. Dalam konteks ini, diskusi membantu menciptakan lingkungan belajar yang mendukung kolaborasi dan refleksi bersama (Felmer, 2023).

Diskusi matematis juga memungkinkan terjadinya perubahan peran dan posisi peserta didik dalam proses belajar. Peserta didik dapat berganti peran sebagai pengusul ide, penanya, atau penilai argumen, tergantung pada dinamika diskusi. Perubahan peran ini mencerminkan perkembangan pemahaman dan kepercayaan diri dalam berpartisipasi dalam diskursus matematis. Kajian commognitive menunjukkan bahwa dinamika peran dalam diskusi berkontribusi terhadap perkembangan pemahaman dan kualitas diskursus matematika (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dengan demikian, diskusi sebagai sarana penguatan penalaran dan pemahaman bersama mempertegas perannya dalam pembelajaran matematika. Diskusi tidak hanya mendukung penguasaan konsep, tetapi juga membangun budaya belajar yang menghargai penalaran, komunikasi, dan kolaborasi. Pendekatan ini memperkuat pemahaman matematis yang bersifat kolektif dan berkelanjutan, sehingga pembelajaran matematika menjadi lebih bermakna dan reflektif.

4. Pemecahan Masalah Matematika dalam Konteks Pembelajaran Kontemporer

a. Pergeseran Paradigma Pembelajaran Matematika Kontemporer

Pembelajaran matematika kontemporer ditandai oleh pergeseran paradigma dari pendekatan transmisif menuju pendekatan yang menekankan aktivitas berpikir, pemaknaan, dan partisipasi aktif peserta didik. Dalam paradigma ini, pemecahan masalah dipandang sebagai inti pembelajaran karena mampu merepresentasikan cara matematika dipelajari dan dipraktikkan secara autentik. Fokus pembelajaran tidak lagi semata-mata pada penguasaan prosedur, tetapi pada kemampuan memahami situasi problematik, menafsirkan informasi, dan membangun solusi yang berlandaskan penalaran. Pergeseran paradigma ini menempatkan peserta didik sebagai subjek aktif dalam membangun pengetahuan matematika melalui pengalaman pemecahan masalah yang bermakna (Horrocks & Shearman, 2025).

Paradigma kontemporer juga menekankan pentingnya konteks dan relevansi dalam pembelajaran matematika. Masalah matematika tidak dipisahkan dari situasi yang bermakna, melainkan dihadirkan dalam konteks yang memungkinkan peserta didik memahami kegunaan dan nilai matematika. Pendekatan ini membantu mengurangi kesenjangan antara matematika sekolah dan praktik matematika dalam kehidupan nyata. Pemecahan masalah dalam konteks kontemporer dengan demikian berfungsi sebagai jembatan yang menghubungkan konsep abstrak dengan pengalaman nyata, sehingga pembelajaran menjadi lebih bermakna dan kontekstual (Bagchi, 2025).

Selain itu, pembelajaran matematika kontemporer mengakui keberagaman cara berpikir dan strategi peserta didik dalam memecahkan masalah. Tidak terdapat satu jalur penyelesaian yang dianggap paling benar, melainkan berbagai pendekatan yang dapat diterima sepanjang didukung oleh penalaran yang sah. Pandangan ini mendorong fleksibilitas berpikir dan kreativitas matematis, sekaligus memperkaya diskursus kelas. Pemecahan masalah menjadi sarana untuk menghargai keberagaman pemikiran dan memperluas pemahaman terhadap struktur matematika (Felmer, 2023).

Dengan demikian, pemecahan masalah dalam paradigma pembelajaran kontemporer berperan sebagai kerangka utama untuk membangun pembelajaran matematika yang berorientasi pada pemahaman, relevansi, dan partisipasi aktif. Pergeseran paradigma ini menegaskan bahwa kualitas pembelajaran matematika tidak hanya diukur dari hasil akhir, tetapi dari proses berpikir dan pemaknaan yang dialami peserta didik selama pemecahan masalah.

b. Pemecahan Masalah dalam Lingkungan Pembelajaran Berbasis Interaksi

Konteks pembelajaran kontemporer menempatkan interaksi sebagai elemen kunci dalam pemecahan masalah matematika. Interaksi tidak hanya terjadi antara peserta didik dan materi, tetapi juga antara peserta didik dengan peserta didik lainnya melalui diskusi dan kolaborasi. Lingkungan pembelajaran berbasis interaksi memungkinkan ide matematis berkembang melalui pertukaran gagasan, klarifikasi makna, dan argumentasi bersama. Dalam konteks ini, pemecahan masalah dipahami sebagai aktivitas kolektif yang diperkaya oleh dinamika sosial dan diskursif (Barros & Skovsmose, 2025).

Interaksi dalam pemecahan masalah membantu peserta didik mengembangkan pemahaman yang lebih mendalam karena ide yang dikemukakan harus dikomunikasikan dan dipertanggungjawabkan. Proses komunikasi ini mendorong peserta didik untuk menyusun penalaran secara lebih sistematis dan eksplisit. Selain itu, umpan balik dari pihak lain memungkinkan terjadinya refleksi dan revisi pemahaman. Dengan demikian, pemecahan masalah dalam lingkungan interaktif berkontribusi terhadap peningkatan kualitas penalaran dan pemahaman matematis (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Pembelajaran berbasis interaksi juga membuka ruang bagi perubahan peran peserta didik dalam proses belajar. Peserta didik dapat berperan sebagai pengusul ide, penanya kritis, atau penilai argumen, tergantung pada dinamika diskusi. Perubahan peran ini mencerminkan perkembangan kompetensi diskursif dan kepercayaan diri dalam berpartisipasi dalam pemecahan masalah. Dalam konteks pembelajaran kontemporer, dinamika peran ini dipandang sebagai indikator penting dari keterlibatan dan pemahaman peserta didik (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dengan demikian, pemecahan masalah dalam lingkungan pembelajaran berbasis interaksi memperkuat pemahaman matematika sebagai praktik sosial. Pendekatan ini menegaskan bahwa belajar matematika tidak hanya melibatkan proses kognitif individual, tetapi juga interaksi yang memungkinkan terbentuknya pemahaman bersama. Lingkungan pembelajaran semacam ini mendukung terciptanya pembelajaran matematika yang inklusif, reflektif, dan bermakna.

c. Pemecahan Masalah dan Perkembangan Diskursus Matematis Kontemporer

Diskursus matematika dalam konteks pembelajaran kontemporer berkembang seiring dengan penekanan pada pemecahan masalah sebagai aktivitas utama. Diskursus tidak hanya dipahami sebagai komunikasi verbal, tetapi sebagai keseluruhan praktik berbahasa, bernalar, dan berargumentasi yang membentuk cara matematika dipahami dan dipelajari. Dalam pemecahan masalah, diskursus berfungsi sebagai medium untuk mengekspresikan ide, menguji penalaran, dan membangun kesepahaman tentang konsep matematika. Perspektif commognitive menegaskan bahwa perkembangan diskursus merupakan indikator utama dari perkembangan pemahaman matematis (Sihlangu et al., 2025).

Pemecahan masalah dalam konteks kontemporer mendorong munculnya diskursus yang lebih kaya dan beragam. Peserta didik menggunakan berbagai representasi, istilah, dan strategi untuk menjelaskan ide, sehingga diskursus menjadi arena eksplorasi konseptual. Keberagaman ini memungkinkan peserta didik melihat matematika sebagai sistem makna yang dapat diinterpretasikan dan dinegosiasikan, bukan sekadar kumpulan simbol yang bersifat kaku. Proses ini memperkuat pemahaman bahwa matematika adalah aktivitas intelektual yang hidup dan berkembang (Lu et al., 2023).

Selain itu, diskursus pemecahan masalah membantu peserta didik memahami norma dan nilai yang berlaku dalam komunitas matematika. Melalui diskusi, peserta didik belajar membedakan argumen yang sah dan tidak sah, serta memahami kriteria legitimasi matematis. Proses ini berkontribusi terhadap pembentukan literasi matematis yang lebih matang, karena peserta didik tidak hanya memahami konsep, tetapi juga cara berpartisipasi dalam praktik matematika yang diakui (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dengan demikian, pemecahan masalah dalam konteks pembelajaran kontemporer berperan penting dalam membentuk dan mengembangkan diskursus matematis. Pembelajaran yang menekankan aspek ini membantu peserta didik membangun pemahaman yang lebih mendalam dan reflektif, karena pengetahuan matematika dibentuk melalui praktik diskursif yang bermakna dan berkelanjutan (Sihlangu et al., 2025).

d. Pemecahan Masalah sebagai Fondasi Pembelajaran Matematika Abad ke-21

Dalam konteks pembelajaran abad ke-21, pemecahan masalah matematika dipandang sebagai kompetensi inti yang mendukung pengembangan berbagai kemampuan berpikir tingkat tinggi. Pembelajaran matematika tidak lagi hanya berorientasi pada penguasaan konten, tetapi pada pengembangan kapasitas bernalar, berkomunikasi, dan berkolaborasi. Pemecahan masalah menyediakan kerangka yang memungkinkan integrasi berbagai kompetensi tersebut dalam satu aktivitas pembelajaran yang utuh dan bermakna (Horrocks & Shearman, 2025).

Pemecahan masalah juga berperan penting dalam mempersiapkan peserta didik menghadapi kompleksitas tantangan kontemporer. Masalah yang dihadapi dalam kehidupan nyata sering kali bersifat tidak terstruktur dan memerlukan kemampuan untuk menganalisis situasi, membuat keputusan, serta mengevaluasi solusi secara kritis. Pembelajaran matematika yang menekankan pemecahan masalah membantu peserta didik mengembangkan cara berpikir yang adaptif dan reflektif, yang relevan dengan tuntutan abad ke-21 (Bagchi, 2025).

Selain itu, pemecahan masalah mendukung pengembangan literasi matematika yang lebih luas. Literasi matematika tidak hanya mencakup kemampuan menghitung, tetapi juga kemampuan memahami, menginterpretasikan, dan mengomunikasikan ide matematika dalam berbagai konteks. Dalam pembelajaran kontemporer, pemecahan masalah menjadi sarana utama untuk mengembangkan literasi tersebut secara holistik (Felmer, 2023).

Dengan demikian, pemecahan masalah sebagai fondasi pembelajaran matematika abad ke-21 menegaskan perannya yang strategis dan berkelanjutan. Pendekatan ini memperkuat posisi matematika sebagai disiplin yang relevan, bermakna, dan berkontribusi terhadap pengembangan kapasitas intelektual peserta didik secara menyeluruh. Pembelajaran matematika yang berlandaskan pemecahan masalah dengan demikian mampu menjawab tantangan pendidikan kontemporer secara konseptual dan pedagogis.

5. Relevansi Pendekatan Diskursif dalam Pendidikan Matematika

a. Pendekatan Diskursif sebagai Landasan Pemahaman Matematis

Pendekatan diskursif dalam pendidikan matematika berpijak pada pandangan bahwa pemahaman matematis dibangun melalui praktik berbahasa, berargumentasi, dan berinteraksi dalam komunitas belajar. Matematika tidak dipahami semata-mata sebagai sistem simbol formal, tetapi sebagai bentuk aktivitas manusia yang dimediasi oleh diskursus. Dalam konteks pembelajaran, pendekatan diskursif menekankan pentingnya cara peserta didik menggunakan bahasa matematika untuk mengekspresikan ide, menjelaskan penalaran, dan membangun makna bersama. Perspektif ini menegaskan bahwa kualitas pemahaman matematis sangat dipengaruhi oleh kualitas diskursus yang berlangsung dalam proses belajar (Sihlangu et al., 2025; Pimm et al., 2026).

Pendekatan diskursif juga memandang belajar matematika sebagai proses partisipasi dalam praktik sosial tertentu. Peserta didik tidak hanya mempelajari konsep, tetapi juga cara berbicara, bernalar, dan berargumentasi sesuai dengan norma matematika. Melalui keterlibatan dalam diskursus, peserta didik belajar bagaimana ide matematis dikembangkan, diuji, dan dilegitimasi. Proses ini membantu peserta didik membangun pemahaman yang tidak hanya bersifat prosedural, tetapi juga konseptual dan epistemik. Dengan demikian, pendekatan diskursif memberikan landasan yang kuat bagi pembentukan pemahaman matematis yang bermakna dan berkelanjutan (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Selain itu, pendekatan diskursif memungkinkan pemahaman matematis berkembang secara dinamis. Pemahaman tidak dianggap sebagai sesuatu yang statis, melainkan sebagai hasil dari proses dialogis yang terus berlangsung. Melalui diskursus, ide matematis dapat direvisi, diperluas, atau diperdalam seiring dengan interaksi dan refleksi. Hal ini menunjukkan bahwa pendekatan diskursif mendukung pembelajaran matematika yang adaptif dan responsif terhadap perkembangan pemahaman peserta didik (Lu et al., 2023).

Dengan menempatkan diskursus sebagai landasan pemahaman matematis, pendidikan matematika dapat diarahkan untuk menekankan kualitas komunikasi dan argumentasi. Pendekatan ini memperkuat peran bahasa sebagai alat berpikir dan menegaskan bahwa pemahaman matematis dibangun melalui proses komunikasi yang bermakna. Oleh karena itu, pendekatan diskursif memiliki relevansi yang tinggi dalam membangun pembelajaran matematika yang berorientasi pada pemahaman konseptual dan reflektif.

b. Pendekatan Diskursif dan Pengembangan Penalaran Matematis

Pendekatan diskursif memiliki relevansi yang kuat dalam pengembangan penalaran matematis karena menempatkan argumentasi sebagai inti dari aktivitas belajar. Dalam diskursus matematis, peserta didik didorong untuk menyampaikan alasan, mempertahankan klaim, dan mengevaluasi argumen berdasarkan prinsip matematika. Proses ini memperkuat kemampuan penalaran karena peserta didik tidak hanya fokus pada hasil akhir, tetapi juga pada kualitas justifikasi yang mendasarinya. Penalaran matematis dengan demikian berkembang melalui praktik diskursif yang menuntut kejelasan, koherensi, dan legitimasi argumen (Hadi et al., 2025).

Melalui pendekatan diskursif, penalaran matematis dipahami sebagai aktivitas sosial yang dibangun melalui interaksi. Peserta didik belajar menilai argumen orang lain, mengajukan pertanyaan kritis, dan merevisi pemikiran berdasarkan umpan balik yang diterima. Proses ini membantu peserta didik mengembangkan kepekaan terhadap kualitas penalaran dan memahami standar argumentasi matematika yang berlaku. Dengan demikian, pendekatan diskursif mendukung pembentukan penalaran matematis yang lebih matang dan reflektif (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Pendekatan diskursif juga memberikan ruang bagi keberagaman cara bernalar. Peserta didik dapat mengemukakan berbagai strategi dan argumen yang berbeda, sepanjang didukung oleh alasan matematis yang sah. Keberagaman ini memperkaya diskursus dan membantu peserta didik memahami bahwa penalaran matematika tidak bersifat tunggal, melainkan dapat diekspresikan melalui berbagai pendekatan. Proses ini mendorong fleksibilitas berpikir dan memperluas wawasan konseptual peserta didik (Felmer, 2023).

Dengan demikian, pendekatan diskursif berperan penting dalam pengembangan penalaran matematis yang berkualitas. Melalui keterlibatan aktif dalam diskursus, peserta didik belajar membangun dan mengevaluasi argumen secara sistematis. Pendekatan ini menegaskan bahwa penalaran matematis tidak dapat dipisahkan dari praktik komunikasi dan interaksi yang bermakna dalam pembelajaran matematika.

c. Pendekatan Diskursif dalam Mendukung Pembelajaran yang Inklusif dan Bermakna

Pendekatan diskursif memiliki relevansi yang signifikan dalam mendukung pembelajaran matematika yang inklusif. Dengan menekankan dialog dan partisipasi, pendekatan ini membuka ruang bagi berbagai suara dan perspektif dalam kelas. Peserta didik dengan latar belakang, pengalaman, dan cara berpikir yang beragam memiliki kesempatan untuk berkontribusi dalam diskursus matematis. Hal ini membantu mengurangi dominasi satu cara berpikir tertentu dan menciptakan lingkungan belajar yang menghargai keberagaman (Barros & Skovsmose, 2025).

Melalui diskursus, peserta didik dapat mengaitkan pengalaman pribadi dan konteks sosial dengan konsep matematika yang dipelajari. Proses ini membantu membangun pembelajaran yang bermakna karena matematika tidak dipandang sebagai pengetahuan yang terlepas dari realitas, melainkan sebagai alat untuk memahami dunia. Pendekatan diskursif dengan demikian mendukung pembelajaran yang relevan dan kontekstual, sekaligus memperkuat motivasi belajar peserta didik (Bagchi, 2025).

Pendekatan diskursif juga membantu mengatasi hambatan dalam pembelajaran matematika yang sering kali bersumber dari kesulitan komunikasi dan pemaknaan. Dengan memberikan ruang untuk bertanya dan berdiskusi, peserta didik dapat mengungkapkan kebingungan dan memperoleh klarifikasi yang diperlukan. Proses ini membantu mencegah terjadinya miskonsepsi yang berlarut-larut dan mendukung perkembangan pemahaman yang lebih stabil (Pimm et al., 2026).

Dengan demikian, pendekatan diskursif berkontribusi terhadap pembelajaran matematika yang inklusif dan bermakna. Pendekatan ini menegaskan bahwa pembelajaran matematika yang berkualitas harus memberikan ruang bagi partisipasi, dialog, dan pemaknaan bersama. Melalui diskursus, pendidikan matematika dapat menjangkau berbagai kebutuhan belajar dan mendukung perkembangan pemahaman matematis secara holistik.

d. Pendekatan Diskursif sebagai Kerangka Pendidikan Matematika Kontemporer

Dalam konteks pendidikan matematika kontemporer, pendekatan diskursif semakin dipandang sebagai kerangka konseptual yang relevan dan komprehensif. Tantangan pembelajaran masa kini menuntut peserta didik tidak hanya menguasai konten, tetapi juga mampu bernalar, berkomunikasi, dan berkolaborasi. Pendekatan diskursif menyediakan kerangka yang memungkinkan integrasi kemampuan tersebut dalam pembelajaran matematika. Dengan menempatkan diskursus sebagai inti pembelajaran, matematika dipahami sebagai praktik berpikir dan berkomunikasi yang bermakna (Horrocks & Shearman, 2025).

Pendekatan diskursif juga sejalan dengan tuntutan pengembangan literasi matematika yang lebih luas. Literasi matematika mencakup kemampuan memahami, menginterpretasikan, dan mengomunikasikan ide matematis dalam berbagai konteks. Melalui diskursus, peserta didik belajar menggunakan bahasa matematika secara tepat dan bermakna, sehingga literasi matematika berkembang secara alami dan berkelanjutan (Felmer, 2023).

Selain itu, pendekatan diskursif mendukung pembelajaran matematika yang adaptif terhadap perkembangan pengetahuan dan teknologi. Dalam lingkungan belajar yang dinamis, diskursus memungkinkan ide matematis terus dikembangkan dan disesuaikan dengan konteks baru. Pendekatan ini membantu peserta didik membangun pemahaman yang fleksibel dan terbuka terhadap perubahan, yang penting dalam konteks pendidikan kontemporer (Pimm et al., 2026).

Dengan demikian, pendekatan diskursif memiliki relevansi yang kuat sebagai kerangka pendidikan matematika masa kini. Pendekatan ini menegaskan bahwa pembelajaran matematika yang bermakna dibangun melalui interaksi, komunikasi, dan refleksi bersama. Oleh karena itu, pendekatan diskursif menjadi fondasi konseptual yang penting dalam membangun pendidikan matematika yang berorientasi pada pemahaman, inklusivitas, dan keberlanjutan.

BAB II. TAHAPAN PEMECAHAN MASALAH POLYA SEBAGAI KERANGKA BERPIKIR MATEMATIS

1. Memahami Masalah sebagai Proses Interpretasi Matematis

a. Hakikat Tahap Memahami Masalah dalam Kerangka Polya

Tahap memahami masalah merupakan fondasi utama dalam kerangka pemecahan masalah Polya karena menentukan arah dan kualitas seluruh proses berpikir selanjutnya. Pada tahap ini, aktivitas berpikir matematis tidak diarahkan pada pencarian solusi, melainkan pada upaya membangun pemahaman yang utuh terhadap situasi problematik yang dihadapi. Peserta didik dituntut untuk menafsirkan pernyataan masalah, mengidentifikasi informasi yang relevan, serta mengenali hubungan antar unsur yang terlibat. Proses ini menegaskan bahwa pemecahan masalah matematika berawal dari aktivitas interpretatif yang bersifat konseptual, bukan prosedural. Literatur pendidikan matematika menekankan bahwa kegagalan dalam memahami masalah sering kali menjadi sumber utama kesalahan dalam pemecahan masalah, karena solusi yang dibangun tidak berlandaskan pada pemahaman situasi yang tepat (Hadi et al., 2025; Felmer, 2023).

Dalam kerangka Polya, memahami masalah dipandang sebagai proses aktif yang melibatkan penalaran, bukan sekadar membaca atau mengulang informasi yang tersedia. Peserta didik perlu mengkonstruksi makna dari teks masalah dengan mengaitkan informasi eksplisit dan implisit. Aktivitas ini mencerminkan keterlibatan kognitif yang mendalam, karena peserta didik harus membedakan antara data yang relevan dan tidak relevan, serta memahami tujuan yang hendak dicapai. Dengan demikian, tahap memahami masalah berfungsi sebagai mekanisme awal pembentukan representasi mental terhadap masalah (Putri et al., 2025).

Tahap ini juga mengandung dimensi epistemik, karena peserta didik mulai berinteraksi dengan struktur matematika yang tersirat dalam masalah. Melalui proses interpretasi, peserta didik mengidentifikasi konsep, relasi, dan batasan yang membingkai masalah. Proses ini menegaskan bahwa memahami masalah bukan aktivitas netral, melainkan praktik berpikir yang dipandu oleh pengetahuan matematika yang dimiliki. Oleh karena itu, kualitas pemahaman masalah sangat dipengaruhi oleh kedalaman pemahaman konseptual peserta didik (Horrocks & Shearman, 2025).

Dengan demikian, memahami masalah dalam kerangka Polya merupakan aktivitas kognitif yang kompleks dan strategis. Tahap ini menegaskan bahwa pemecahan masalah matematika tidak dapat dilepaskan dari kemampuan interpretasi matematis yang matang. Pembelajaran matematika yang menekankan kualitas pemahaman masalah akan memperkuat fondasi berpikir matematis dan meningkatkan keberhasilan pada tahap pemecahan selanjutnya.

b. Memahami Masalah sebagai Proses Interpretasi Bahasa dan Simbol Matematika

Memahami masalah dalam pemecahan masalah Polya melibatkan proses interpretasi bahasa dan simbol matematika yang digunakan dalam pernyataan masalah. Bahasa matematika memiliki karakteristik khusus yang menuntut ketelitian dalam penafsiran, karena makna istilah dan simbol sering kali bersifat kontekstual dan tidak selalu identik dengan penggunaan sehari-hari. Pada tahap ini, peserta didik perlu menerjemahkan bahasa natural ke dalam bahasa matematika yang bermakna, sehingga struktur masalah dapat dipahami secara konseptual. Proses penerjemahan ini menegaskan bahwa pemahaman masalah merupakan aktivitas diskursif yang dimediasi oleh bahasa (Pimm et al., 2026; Sihlangu et al., 2025).

Interpretasi simbol matematika juga memainkan peran penting dalam memahami masalah. Simbol tidak hanya merepresentasikan objek matematis, tetapi juga hubungan dan operasi yang tersirat. Peserta didik perlu memahami peran simbol dalam konteks masalah agar tidak terjadi kesalahan penafsiran. Kesalahan dalam memahami simbol sering kali menyebabkan peserta didik membangun representasi masalah yang keliru, sehingga solusi yang dihasilkan tidak relevan. Oleh karena itu, kemampuan interpretatif terhadap simbol matematika menjadi bagian integral dari tahap memahami masalah (Lu et al., 2023).

Selain itu, memahami masalah menuntut kemampuan untuk mengaitkan bahasa matematika dengan representasi lain, seperti diagram, tabel, atau ilustrasi visual. Representasi tersebut membantu peserta didik membangun gambaran mental yang lebih jelas terhadap situasi masalah. Proses ini memperkuat pemahaman karena informasi disajikan dalam berbagai bentuk yang saling melengkapi. Literatur menunjukkan bahwa penggunaan representasi yang beragam dapat meningkatkan kualitas pemahaman masalah dan mendukung proses pemecahan selanjutnya (Putri et al., 2025).

Dengan demikian, memahami masalah sebagai proses interpretasi bahasa dan simbol matematika menegaskan peran penting literasi matematis dalam pemecahan masalah. Tahap ini menuntut kemampuan berbahasa dan berrepresentasi yang terintegrasi dengan pengetahuan konsep. Pembelajaran matematika yang memperhatikan aspek ini akan membantu peserta didik membangun pemahaman masalah yang lebih akurat dan bermakna.

c. Memahami Masalah sebagai Aktivitas Kognitif dan Metakognitif

Tahap memahami masalah dalam kerangka Polya juga melibatkan aktivitas kognitif dan metakognitif yang saling berkaitan. Secara kognitif, peserta didik perlu memproses informasi, mengorganisasi data, dan membangun representasi mental terhadap masalah. Proses ini menuntut perhatian, analisis, dan penalaran awal sebelum strategi penyelesaian dipilih. Aktivitas kognitif tersebut menunjukkan bahwa memahami masalah bukan tahap pasif, melainkan proses berpikir yang aktif dan terarah (Hadi et al., 2025).

Secara metakognitif, peserta didik perlu menyadari sejauh mana pemahaman yang telah dibangun. Kesadaran ini tercermin dalam kemampuan untuk memeriksa kembali apakah informasi telah dipahami dengan benar, apakah tujuan masalah telah jelas, dan apakah terdapat aspek yang masih ambigu. Aktivitas metakognitif ini membantu peserta didik mengontrol proses berpikir dan mencegah kesalahan interpretasi yang dapat menghambat pemecahan masalah. Dengan demikian, memahami masalah juga berfungsi sebagai mekanisme pengaturan diri dalam berpikir matematis (Felmer, 2023).

Interaksi antara aktivitas kognitif dan metakognitif memperkuat kualitas pemahaman masalah. Ketika peserta didik mampu merefleksikan proses interpretasi yang dilakukan, mereka dapat menyesuaikan pendekatan jika pemahaman awal dirasa kurang memadai. Proses ini menunjukkan bahwa memahami masalah bersifat dinamis dan dapat mengalami revisi seiring dengan refleksi dan klarifikasi pemahaman. Literatur pendidikan matematika menegaskan bahwa keterampilan metakognitif memiliki peran penting dalam keberhasilan pemecahan masalah (Horrocks & Shearman, 2025).

Dengan demikian, memahami masalah sebagai aktivitas kognitif dan metakognitif menegaskan pentingnya kesadaran berpikir dalam pemecahan masalah matematika. Tahap ini tidak hanya membangun pemahaman awal, tetapi juga menyiapkan peserta didik untuk menjalani proses pemecahan masalah secara reflektif dan terarah. Pembelajaran matematika yang menekankan aspek ini akan memperkuat kerangka berpikir matematis secara menyeluruh.

d. Peran Memahami Masalah dalam Menentukan Kualitas Pemecahan Masalah

Memahami masalah memiliki peran strategis dalam menentukan kualitas keseluruhan proses pemecahan masalah matematika. Pemahaman yang tepat terhadap situasi masalah memungkinkan peserta didik memilih strategi yang relevan dan efisien. Sebaliknya, pemahaman yang dangkal atau keliru akan mengarahkan peserta didik pada strategi yang tidak sesuai, meskipun langkah-langkah penyelesaian dilakukan dengan benar secara prosedural. Hal ini menunjukkan bahwa kualitas pemecahan masalah sangat bergantung pada kualitas pemahaman masalah yang dibangun pada tahap awal (Putri et al., 2025).

Tahap memahami masalah juga mempengaruhi fleksibilitas berpikir dalam pemecahan masalah. Ketika peserta didik memahami struktur masalah secara mendalam, mereka lebih mampu mengeksplorasi berbagai kemungkinan strategi dan mempertimbangkan alternatif solusi. Pemahaman yang komprehensif membuka ruang bagi berpikir kreatif dan adaptif, karena peserta didik tidak terjebak pada satu pendekatan semata. Literatur menegaskan bahwa pemahaman masalah yang baik berkorelasi dengan kemampuan memilih dan mengembangkan strategi pemecahan yang efektif (Felmer, 2023).

Selain itu, memahami masalah berperan penting dalam mendukung diskursus matematis. Peserta didik yang memiliki pemahaman masalah yang jelas cenderung lebih mampu mengartikulasikan ide, menjelaskan alasan, dan berpartisipasi dalam diskusi pemecahan masalah. Dengan demikian, tahap memahami masalah tidak hanya berdampak pada proses individual, tetapi juga pada kualitas interaksi dan komunikasi matematis dalam konteks sosial (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dengan demikian, memahami masalah sebagai tahap awal dalam kerangka Polya berfungsi sebagai penentu kualitas berpikir matematis secara keseluruhan. Tahap ini menegaskan bahwa pemecahan masalah matematika merupakan proses yang berakar pada interpretasi yang akurat dan reflektif. Oleh karena itu, pembelajaran matematika perlu memberikan perhatian khusus pada pengembangan kemampuan memahami masalah sebagai bagian integral dari kerangka berpikir matematis.

2. Merencanakan Penyelesaian sebagai Aktivitas Strategis

a. Hakikat Perencanaan dalam Tahapan Pemecahan Masalah Polya

Tahap merencanakan penyelesaian dalam kerangka pemecahan masalah Polya merupakan aktivitas strategis yang menjembatani pemahaman masalah dengan tindakan penyelesaian yang terarah. Pada tahap ini, berpikir matematis diarahkan untuk memilih pendekatan yang paling relevan berdasarkan struktur masalah yang telah dipahami sebelumnya. Perencanaan tidak identik dengan penerapan rumus, melainkan melibatkan proses pengambilan keputusan yang mempertimbangkan hubungan antar konsep, batasan masalah, serta tujuan yang hendak dicapai. Dengan demikian, tahap ini menegaskan bahwa pemecahan masalah matematika merupakan aktivitas berpikir yang bersifat strategis dan reflektif, bukan mekanis. Literatur pendidikan matematika menunjukkan bahwa kemampuan merencanakan penyelesaian berperan penting dalam membedakan pemecahan masalah yang bersifat rutin dan non-rutin (Felmer, 2023; Horrocks & Shearman, 2025).

Dalam tahap perencanaan, peserta didik mulai mengaitkan pemahaman konseptual dengan kemungkinan tindakan matematis. Aktivitas ini menuntut kemampuan untuk mengidentifikasi prinsip, teorema, atau strategi yang relevan, sekaligus menimbang kelebihan dan keterbatasannya. Proses ini menunjukkan bahwa perencanaan penyelesaian merupakan aktivitas kognitif tingkat tinggi yang melibatkan analisis dan sintesis. Peserta didik tidak hanya memilih strategi, tetapi juga memprediksi konsekuensi dari strategi tersebut terhadap proses dan hasil pemecahan masalah (Hadi et al., 2025).

Tahap merencanakan penyelesaian juga mencerminkan peran pengalaman dan pengetahuan sebelumnya dalam berpikir matematis. Peserta didik memanfaatkan skema pengetahuan yang telah dimiliki untuk mengenali pola masalah dan mengaitkannya dengan strategi yang pernah digunakan. Namun, perencanaan tidak bersifat reproduktif, karena setiap masalah memiliki karakteristik unik yang menuntut adaptasi strategi. Dengan demikian, tahap ini menegaskan pentingnya fleksibilitas berpikir dalam pemecahan masalah matematika (Putri et al., 2025).

Dengan memandang perencanaan sebagai aktivitas strategis, tahap ini menjadi indikator penting dari kualitas berpikir matematis. Pembelajaran matematika yang menekankan perencanaan penyelesaian membantu peserta didik membangun kemampuan memilih dan mengembangkan strategi secara sadar dan terarah. Oleh karena itu, tahap merencanakan penyelesaian memiliki peran sentral dalam kerangka berpikir matematis yang dikemukakan oleh Polya.

b. Perencanaan Penyelesaian sebagai Proses Pemilihan dan Pengorganisasian Strategi

Merencanakan penyelesaian dalam pemecahan masalah matematika melibatkan proses pemilihan dan pengorganisasian strategi secara sistematis. Peserta didik perlu menentukan pendekatan yang paling sesuai dengan struktur masalah, seperti penggunaan representasi visual, penalaran analogi, atau pemecahan menjadi submasalah yang lebih sederhana. Pemilihan strategi ini tidak bersifat acak, melainkan didasarkan pada analisis terhadap karakteristik masalah dan tujuan yang ingin dicapai. Proses ini menunjukkan bahwa perencanaan merupakan aktivitas berpikir yang terstruktur dan berorientasi pada efisiensi penyelesaian (Hadi et al., 2025).

Pengorganisasian strategi juga menjadi bagian penting dalam tahap perencanaan. Peserta didik perlu menyusun urutan langkah yang logis dan koheren agar penyelesaian dapat dilakukan secara sistematis. Aktivitas ini membantu mencegah kebingungan dan kesalahan langkah yang sering terjadi ketika pemecahan masalah dilakukan tanpa perencanaan yang jelas. Dengan mengorganisasi strategi, peserta didik membangun kerangka tindakan yang memandu proses penyelesaian secara terarah (Horrocks & Shearman, 2025).

Selain itu, tahap perencanaan memungkinkan peserta didik mempertimbangkan berbagai alternatif strategi sebelum memutuskan satu pendekatan tertentu. Proses perbandingan ini mendorong berpikir reflektif, karena peserta didik menilai keefektifan dan keterbatasan masing-masing strategi. Dengan demikian, perencanaan tidak hanya berfungsi sebagai persiapan teknis, tetapi juga sebagai sarana pengembangan kemampuan evaluatif dalam berpikir matematis (Felmer, 2023).

Dengan demikian, perencanaan penyelesaian sebagai proses pemilihan dan pengorganisasian strategi memperkuat kualitas pemecahan masalah matematika. Tahap ini membantu peserta didik membangun pendekatan yang sistematis dan adaptif, sehingga pemecahan masalah tidak bergantung pada trial and error semata. Pembelajaran matematika yang memberikan perhatian pada tahap ini akan mendukung perkembangan berpikir matematis yang lebih matang dan terstruktur.

c. Perencanaan Penyelesaian sebagai Aktivitas Kognitif dan Metakognitif

Tahap merencanakan penyelesaian tidak hanya melibatkan aktivitas kognitif, tetapi juga menuntut keterlibatan metakognitif yang signifikan. Secara kognitif, peserta didik perlu mengolah informasi yang telah dipahami pada tahap sebelumnya dan menghubungkannya dengan konsep serta strategi yang relevan. Proses ini mencerminkan kemampuan berpikir analitis dan sintesis yang menjadi ciri utama berpikir matematis tingkat tinggi. Peserta didik membangun rencana berdasarkan pemahaman konseptual, bukan sekadar mengikuti prosedur yang telah dihafal (Hadi et al., 2025).

Secara metakognitif, peserta didik perlu memantau dan mengevaluasi rencana yang disusun. Kesadaran terhadap kelayakan strategi, kemungkinan kesalahan, serta kebutuhan untuk menyesuaikan rencana merupakan bagian integral dari tahap ini. Aktivitas metakognitif membantu peserta didik mengontrol proses berpikir dan meningkatkan kualitas keputusan strategis yang diambil. Dengan demikian, perencanaan penyelesaian berfungsi sebagai mekanisme pengaturan diri dalam pemecahan masalah matematika (Felmer, 2023).

Interaksi antara aspek kognitif dan metakognitif dalam perencanaan penyelesaian memungkinkan peserta didik mengembangkan pemahaman yang lebih mendalam terhadap proses berpikirnya sendiri. Ketika peserta didik mampu merefleksikan alasan pemilihan strategi, mereka membangun kesadaran epistemik tentang bagaimana matematika digunakan untuk menyelesaikan masalah. Kesadaran ini berkontribusi terhadap perkembangan kompetensi matematis yang berkelanjutan (Horrocks & Shearman, 2025).

Dengan demikian, merencanakan penyelesaian sebagai aktivitas kognitif dan metakognitif menegaskan bahwa tahap ini memiliki peran strategis dalam pembentukan berpikir matematis yang reflektif. Pembelajaran matematika yang menekankan keterlibatan metakognitif dalam perencanaan akan membantu peserta didik mengembangkan kemampuan berpikir yang lebih terarah, adaptif, dan sadar proses.

d. Peran Perencanaan dalam Menentukan Keberhasilan Pemecahan Masalah

Perencanaan penyelesaian memiliki peran menentukan dalam keberhasilan pemecahan masalah matematika karena menjadi penentu arah tindakan yang akan diambil. Rencana yang jelas dan relevan memungkinkan peserta didik menjalankan proses penyelesaian secara efisien dan terkontrol. Sebaliknya, ketiadaan perencanaan sering kali menyebabkan pemecahan masalah berjalan tanpa arah yang jelas, sehingga meningkatkan risiko kesalahan dan kebuntuan. Hal ini menunjukkan bahwa kualitas hasil pemecahan masalah sangat dipengaruhi oleh kualitas perencanaan yang dilakukan (Felmer, 2023).

Tahap perencanaan juga berkontribusi terhadap fleksibilitas dan adaptabilitas dalam pemecahan masalah. Ketika rencana disusun secara sadar dan reflektif, peserta didik lebih siap melakukan penyesuaian jika strategi yang dipilih tidak berjalan sesuai harapan. Kemampuan untuk merevisi rencana menunjukkan kedewasaan berpikir matematis dan kesiapan menghadapi kompleksitas masalah. Literatur pendidikan matematika menegaskan bahwa fleksibilitas strategi merupakan indikator penting dari kompetensi pemecahan masalah (Horrocks & Shearman, 2025).

Selain itu, perencanaan yang matang mendukung kualitas diskursus matematis dalam konteks pembelajaran kolaboratif. Peserta didik yang memiliki rencana yang jelas cenderung lebih mampu menjelaskan strategi dan alasan yang digunakan dalam diskusi. Hal ini memperkuat kualitas komunikasi matematis dan memungkinkan terjadinya pertukaran ide yang bermakna. Dengan demikian, perencanaan tidak hanya berdampak pada proses individual, tetapi juga pada dinamika sosial dalam pemecahan masalah (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dengan demikian, merencanakan penyelesaian sebagai tahap strategis dalam kerangka Polya berfungsi sebagai fondasi bagi keberhasilan pemecahan masalah matematika. Tahap ini menegaskan bahwa berpikir matematis yang berkualitas memerlukan perencanaan yang sadar, reflektif, dan adaptif. Oleh karena itu, pembelajaran matematika perlu memberikan perhatian khusus pada pengembangan kemampuan merencanakan penyelesaian sebagai bagian integral dari kerangka berpikir matematis.

3. Melaksanakan Rencana sebagai Proses Operasional Matematis

a. Melaksanakan Rencana sebagai Translasi Strategi ke Tindakan Matematis

Melaksanakan rencana merupakan tahap operasional dalam kerangka Polya yang menandai peralihan dari strategi konseptual menuju tindakan matematis yang konkret dan terstruktur. Pada tahap ini, pemecah masalah mengaktualisasikan rencana yang telah disusun melalui rangkaian operasi, transformasi, dan manipulasi representasi matematika secara sistematis. Operasional matematis tidak berarti bekerja secara mekanis, sebab tindakan yang dilakukan tetap bergantung pada interpretasi konsep, pemilihan prosedur yang tepat, serta konsistensi logika langkah demi langkah. Dengan demikian, tahap ini memerlukan ketelitian argumentatif agar setiap operasi memiliki justifikasi matematis yang sah, sehingga prosedur tidak berubah menjadi rutinitas tanpa makna. Penekanan pada ketepatan tindakan dan koherensi alasan sejalan dengan pandangan bahwa pemecahan masalah berkualitas ditandai oleh keterhubungan antara strategi dan pembenaran matematis yang eksplisit (Fatmanissa et al., 2025; Hadi et al., 2025).

Dalam pelaksanaan rencana, tindakan operasional matematis juga berkaitan dengan cara pemecah masalah mengelola representasi. Transformasi dari bentuk verbal ke simbolik, dari simbolik ke visual, atau dari visual ke aljabar merupakan bagian penting agar struktur masalah tetap terbaca selama proses penyelesaian berlangsung. Keputusan untuk mempertahankan atau mengganti representasi sering kali menentukan kelancaran operasi dan akurasi hasil antara. Konsep ini konsisten dengan kajian yang menegaskan bahwa alat dan artefak digital maupun non-digital dapat memediasi proses belajar matematika melalui cara peserta didik berinteraksi dengan representasi yang dipakai (Baccaglini-Frank et al., 2025; Chechan et al., 2025).

Secara konseptual, melaksanakan rencana menuntut kemampuan menjaga koherensi inferensial: setiap langkah harus dapat diturunkan secara logis dari langkah sebelumnya dan sesuai dengan tujuan yang ditetapkan. Operasional matematis yang baik memperlihatkan kesinambungan relasi, bukan sekadar rangkaian perhitungan. Di sini, kualitas penalaran tampak pada kemampuan memeriksa implikasi dari setiap transformasi, misalnya ketika menyederhanakan bentuk aljabar, melakukan substitusi, atau membangun kesetaraan. Penalaran seperti ini memperkuat matematika sebagai aktivitas bernilai yang menuntut ketepatan epistemik, bukan hanya keberhasilan memperoleh jawaban (Horrocks & Shearman, 2025).

Dengan demikian, melaksanakan rencana dipahami sebagai proses translasi strategi ke tindakan matematis yang berlandaskan pada justifikasi dan kontrol koherensi. Tahap ini menjadi arena utama bagi berkembangnya kompetensi matematis melalui praktik operasi yang bermakna, baik pada konteks pembelajaran tatap muka maupun berbantuan teknologi. Karena pelaksanaan rencana memerlukan disiplin berpikir dan kejelasan argumentasi, pembelajaran perlu menekankan keterampilan menjalankan prosedur secara sadar, disertai alasan yang dapat dipertanggungjawabkan secara matematis.

b. Akurasi, Koherensi, dan Pembenaran sebagai Standar Operasional Matematis

Proses operasional matematis dalam tahap melaksanakan rencana menempatkan akurasi sebagai prinsip dasar, namun akurasi yang dimaksud bukan sekadar ketepatan hitungan, melainkan ketepatan relasional antara konsep, operasi, dan tujuan pemecahan. Ketika langkah operasional dijalankan, pemecah masalah harus memastikan bahwa prosedur yang dipilih benar-benar relevan dengan struktur masalah, sehingga hasil antara tidak menyimpang dari tujuan. Di titik ini, koherensi berfungsi sebagai "tulang punggung" operasional: setiap transformasi harus menjaga kesetaraan, ketidaksetaraan, atau relasi yang sedang dibangun. Praktik operasional yang koheren memperlihatkan bahwa pemecah masalah mampu menautkan tindakan dengan alasan, serta menghindari loncatan prosedural yang tidak terjustifikasi (Hadi et al., 2025).

Pembenaran matematis memiliki posisi sentral pada tahap ini karena membedakan tindakan yang valid dari tindakan yang sekadar tampak benar. Pembenaran dapat diwujudkan melalui penjelasan verbal, penggunaan sifat/teorema, atau penalaran berbasis representasi yang menunjukkan mengapa suatu langkah sah dilakukan. Dalam konteks pemecahan masalah kolaboratif, pembenaran menjadi prasyarat diskursus yang bermakna karena anggota kelompok memerlukan alasan yang dapat diperiksa bersama, bukan hanya menerima langkah sebagai "cara tercepat." Penekanan pada justifikasi sejalan dengan temuan konseptual bahwa pemecahan masalah kolaboratif yang kuat ditandai oleh argumentasi matematis dan legitimasi langkah yang dibangun melalui komunikasi (Fatmanissa et al., 2025; Zhang et al., 2022).

Standar operasional matematis juga menuntut pemecah masalah menjaga konsistensi simbolik dan terminologis. Penggunaan simbol yang tidak konsisten, atau perubahan makna variabel tanpa disadari, berpotensi menghasilkan kesalahan yang bersifat struktural. Karena itu, pelaksanaan rencana memerlukan disiplin notasi dan ketelitian semantik, terutama pada masalah yang kompleks atau multi-langkah. Kajian diskursif tentang kosakata matematika menunjukkan bahwa kualitas pemikiran matematis sering kali terlihat dari ketepatan penggunaan istilah dan stabilitas makna selama proses penyelesaian (Sihlangu et al., 2025).

Dengan demikian, melaksanakan rencana sebagai proses operasional matematis harus dipahami melalui tiga standar utama: akurasi, koherensi, dan pembenaran. Ketiganya membentuk kerangka mutu yang memastikan bahwa tindakan prosedural tidak terlepas dari kontrol konseptual. Pembelajaran matematika yang menegaskan standar ini akan menumbuhkan kebiasaan bernalar yang bertanggung jawab, meningkatkan ketahanan berpikir saat menghadapi masalah non-rutin, serta memperkaya kualitas komunikasi matematis dalam aktivitas pemecahan masalah.

c. Peran Representasi dan Artefak (Termasuk Teknologi) dalam Operasional Matematis

Dalam tahap melaksanakan rencana, representasi memainkan peran sebagai perangkat kognitif yang memungkinkan operasi matematis dilakukan secara lebih transparan dan terkontrol. Representasi—baik simbolik, grafis, numerik, maupun verbal—tidak hanya berfungsi sebagai "wadah" informasi, tetapi sebagai alat berpikir yang membentuk cara pemecah masalah melihat relasi dan melakukan transformasi. Operasional matematis yang efektif sering kali ditandai oleh kemampuan memilih representasi yang paling informatif untuk tujuan tertentu, misalnya berpindah dari narasi ke model aljabar, atau menggunakan diagram untuk menegaskan relasi spasial. Pendekatan ini sejalan dengan pandangan bahwa pembelajaran matematika berkualitas membutuhkan pengelolaan representasi yang sadar, karena pemahaman konsep dan ketepatan prosedur saling dipengaruhi oleh cara representasi digunakan (Hwang, 2025; Hlongwana et al., 2025).

Artefak digital dan alat bantu pembelajaran dapat memperluas kemungkinan operasional matematis dengan menyediakan umpan balik, visualisasi dinamis, dan dukungan eksplorasi langkah-langkah. Namun, nilai artefak tidak bersifat otomatis; artefak berfungsi efektif ketika pemecah masalah mampu mengintegrasikannya ke dalam penalaran dan tetap menjaga kendali konseptual. Kajian tentang artefak digital menegaskan pentingnya memahami proses belajar yang dipromosikan oleh artefak, termasuk bagaimana interaksi dengan alat dapat membentuk cara peserta didik memaknai langkah-langkah matematika (Baccaglini-Frank et al., 2025). Dalam konteks pemecahan masalah, teknologi idealnya memperkuat kejelasan representasi dan memfasilitasi pemeriksaan langkah, bukan menggantikan penalaran.

Penggunaan teknologi dalam pembelajaran kontemporer juga mengubah karakter operasional matematis, terutama dalam lingkungan daring atau pseudo-synchronous. Pada situasi tersebut, pelaksanaan rencana sering berjalan melalui kombinasi diskusi, manipulasi objek digital, dan pembagian tugas operasional antar peserta didik. Media seperti video 360 derajat atau lingkungan virtual dapat memfasilitasi koordinasi dan memperkaya pengalaman kolaboratif, tetapi tetap menuntut struktur komunikasi yang jelas agar langkah operasional tidak terfragmentasi dan tetap koheren (Albrecht et al., 2025; Shonfeld et al., 2025). Oleh karena itu, artefak digital perlu dipahami sebagai mediator diskursus dan operasi matematis.

Dengan demikian, representasi dan artefak—termasuk teknologi—memiliki relevansi kuat dalam tahap melaksanakan rencana, karena keduanya memediasi cara operasi dilakukan, diperiksa, dan dijustifikasi. Pembelajaran matematika yang menempatkan representasi dan artefak sebagai alat berpikir akan memperkuat kemampuan peserta didik untuk menjalankan langkah secara akurat, sekaligus mengembangkan kebiasaan reflektif dalam memeriksa koherensi tindakan matematis. Integrasi yang tepat akan mendorong operasional matematis yang bermakna, adaptif, dan selaras dengan tuntutan pembelajaran modern.

d. Melaksanakan Rencana dalam Diskusi: Koordinasi Langkah dan Dinamika Peran

Melaksanakan rencana dalam konteks diskusi pemecahan masalah menuntut koordinasi yang lebih kompleks dibandingkan pemecahan individual, karena operasi matematis dijalankan melalui interaksi, negosiasi, dan pembagian peran. Dalam diskusi kelompok, langkah-langkah operasional harus dipahami bersama agar keputusan prosedural tidak menjadi tindakan sepihak yang sulit diverifikasi. Koordinasi ini memerlukan komunikasi matematis yang eksplisit: peserta didik perlu menyatakan apa yang dilakukan, mengapa langkah itu sah, dan bagaimana langkah tersebut berkontribusi pada tujuan. Kondisi ini menegaskan bahwa operasional matematis dalam diskusi bukan hanya soal keterampilan menghitung, tetapi juga kemampuan membangun legitimasi langkah melalui argumentasi yang dapat diuji oleh anggota lain (Fatmanissa et al., 2025; Zhang et al., 2022).

Dinamika perubahan peran sering muncul ketika pelaksanaan rencana berlangsung: peserta didik dapat bergeser dari pengusul strategi menjadi pemeriksa koherensi, dari pelaksana prosedur menjadi penanya kritis, atau dari pengamat menjadi penguat justifikasi. Pergeseran ini merupakan bagian dari regulasi sosial-kognitif yang membantu kelompok menjaga kualitas operasional matematis. Integrasi kerangka commognitive dengan teori positioning menyoroti bahwa kesepakatan belajar pada level meta dapat berubah seiring interaksi, terutama saat kelompok menghadapi ketidakpastian langkah atau perbedaan interpretasi terhadap prosedur (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025). Dengan demikian, pelaksanaan rencana dalam diskusi melibatkan pengelolaan peran yang dinamis untuk menjaga mutu langkah.

Selain itu, diskusi memungkinkan munculnya mekanisme koreksi yang memperkuat ketepatan operasi. Kesalahan prosedur dapat dideteksi lebih cepat ketika ada pemeriksaan silang, terutama jika diskursus yang terjadi mendorong klarifikasi alasan dan penelusuran konsekuensi langkah. Namun, efektivitas koreksi bergantung pada budaya interaksi yang mendukung pertanyaan dan penjelasan, bukan sekadar dominasi satu suara. Kajian tentang intervensi guru dalam pemecahan masalah kolaboratif menunjukkan pentingnya fasilitasi agar diskusi terarah pada penalaran dan bukan pada pembagian jawaban (Liu & Cao, 2025). Dalam konteks ini, fasilitasi dapat memastikan bahwa operasi matematis tetap terikat pada justifikasi.

Dengan demikian, melaksanakan rencana dalam diskusi merupakan proses operasional yang bersifat kolektif, memerlukan koordinasi langkah, serta dipengaruhi oleh dinamika perubahan peran. Tahap ini memperlihatkan keterkaitan erat antara prosedur dan diskursus: langkah operasional yang kuat lahir dari argumentasi yang transparan, pemeriksaan koherensi bersama, dan fleksibilitas peran yang menjaga kualitas pemecahan. Oleh karena itu, pembelajaran matematika yang menekankan diskusi perlu mengarahkan perhatian pada bagaimana rencana dijalankan, diperiksa, dan dinegosiasikan, sehingga operasional matematis berkembang sebagai praktik bernalar yang bertanggung jawab.

4. Melihat Kembali sebagai Refleksi, Evaluasi, dan Generalisasi

a. Melihat Kembali sebagai Refleksi Epistemik atas Proses dan Hasil

Tahap melihat kembali dalam kerangka Polya merupakan bentuk refleksi epistemik yang menempatkan pemecah masalah sebagai subjek yang menilai validitas pengetahuan yang telah dibangun melalui proses penyelesaian. Refleksi pada tahap ini tidak terbatas pada memastikan "jawaban benar," melainkan menguji apakah solusi yang dihasilkan benar-benar selaras dengan struktur masalah, asumsi yang digunakan, dan relasi matematis yang dibangun selama proses operasional. Melihat kembali berfungsi sebagai mekanisme untuk menilai kualitas penalaran, karena pemecah masalah menelusuri ulang justifikasi langkah demi langkah, mengidentifikasi potensi inkonsistensi, serta memverifikasi kesesuaian representasi yang dipakai. Pandangan ini konsisten dengan gagasan bahwa pembelajaran matematika bernilai ketika proses pemecahan masalah mengembangkan kemampuan menimbang alasan, bukan sekadar mencapai hasil akhir (Horrocks & Shearman, 2025; Hadi et al., 2025).

Refleksi epistemik juga mencakup kesadaran atas batasan strategi yang dipilih dan kondisi-kondisi yang membuat solusi tetap berlaku. Pemecah masalah dapat menanyakan kembali apakah ada langkah yang bergantung pada asumsi tersembunyi, apakah transformasi aljabar mempertahankan kesetaraan, atau apakah representasi visual menuntun pada inferensi yang sah. Proses ini memperkuat matematika sebagai aktivitas yang menuntut akuntabilitas intelektual, sebab setiap keputusan prosedural harus dapat dipertanggungjawabkan secara rasional. Dalam diskursus matematika, refleksi semacam ini berhubungan erat dengan penggunaan bahasa sebagai alat epistemik untuk menata ulang alasan dan menegaskan makna konsep yang digunakan (Hwang, 2025; Pimm et al., 2026).

Tahap melihat kembali juga dapat dipahami sebagai upaya mengelola ketegangan antara kepastian dan keraguan dalam belajar matematika. Pemecah masalah belajar mengembangkan kebiasaan memeriksa ulang, bukan karena kurang percaya diri, melainkan karena matematika menuntut kepastian yang dibangun melalui pemeriksaan bukti. Perspektif kompleksitas-diskursif menegaskan bahwa kegagalan memahami atau menuntaskan matematika sering terkait dengan rapuhnya praktik diskursif yang tidak memberi ruang memeriksa ulang dan menstabilkan makna (Heyd-Metzuyanim, 2025). Oleh sebab itu, melihat kembali menjadi praktik penting untuk menstabilkan pemahaman dan menguatkan keyakinan berbasis alasan.

Dengan demikian, melihat kembali sebagai refleksi epistemik menempatkan pemecahan masalah matematika sebagai proses pembentukan pengetahuan yang memerlukan evaluasi internal terhadap koherensi dan legitimasi. Tahap ini mengajarkan bahwa keberhasilan pemecahan masalah tidak hanya ditentukan oleh jawaban, tetapi oleh kualitas alasan yang menopang jawaban tersebut. Pembelajaran matematika yang menanamkan refleksi epistemik akan mendorong kebiasaan berpikir yang lebih matang, kritis, dan bertanggung jawab, karena setiap solusi dipahami sebagai hasil konstruksi yang perlu diuji kembali secara sadar.

b. Evaluasi Solusi melalui Pemeriksaan Koherensi, Ketepatan, dan Kelayakan

Evaluasi pada tahap melihat kembali menuntut pemeriksaan koherensi internal solusi: apakah langkah-langkah yang diambil benar-benar konsisten satu sama lain dan tidak menghasilkan kontradiksi konseptual maupun prosedural. Pemeriksaan koherensi tidak hanya memeriksa kesalahan hitung, tetapi menilai kesinambungan relasi matematis yang dibangun, termasuk kesetaraan, dependensi variabel, dan ketepatan penggunaan definisi atau sifat. Dalam tradisi kajian definisi di pendidikan matematika, ketepatan definisional memiliki dampak besar terhadap validitas argumen, sehingga evaluasi solusi juga berarti menguji apakah definisi dan konsep dipakai secara sesuai sepanjang proses (Torkildsen et al., 2025). Dengan demikian, evaluasi menjadi kegiatan konseptual yang menuntut ketelitian epistemik.

Selain koherensi, evaluasi juga berfokus pada ketepatan hasil dalam kaitannya dengan konteks masalah. Ketepatan yang dimaksud meliputi kecocokan satuan, domain nilai yang masuk akal, serta konsistensi interpretasi dengan situasi yang dinyatakan dalam soal. Dalam konteks pendidikan matematika kontemporer, orientasi pada makna dan kelayakan jawaban memperkuat pemahaman bahwa matematika tidak berdiri sebagai manipulasi simbol semata, melainkan sebagai cara bernalar yang harus tetap terhubung pada konteks dan tujuan problematik (Horrocks & Shearman, 2025). Evaluasi yang baik menuntut pemecah masalah mengajukan pertanyaan kelayakan: apakah solusi masuk akal, apakah ada kondisi yang terlewat, atau apakah ada interpretasi alternatif yang lebih tepat.

Evaluasi juga mencakup pengujian solusi melalui cara lain, misalnya substitusi balik, verifikasi menggunakan representasi berbeda, atau pendekatan alternatif yang menghasilkan hasil serupa. Praktik ini memperkuat reliabilitas penalaran dan membantu mengidentifikasi kemungkinan kekeliruan yang tidak tampak pada prosedur tunggal. Dalam pembelajaran berbantuan teknologi, evaluasi dapat difasilitasi oleh alat digital yang memberikan cara cepat memeriksa hasil atau memvisualisasikan konsekuensi solusi, namun tetap menuntut kontrol konsep agar verifikasi tidak berubah menjadi penerimaan otomatis atas output teknologi (Chechan et al., 2025; Baccaglini-Frank et al., 2025). Di sini evaluasi menjadi aktivitas yang memadukan pemeriksaan konseptual dan alat bantu.

Dengan demikian, evaluasi pada tahap melihat kembali merupakan proses menilai koherensi, ketepatan, dan kelayakan solusi melalui pemeriksaan konseptual yang disiplin. Tahap ini menguatkan prinsip bahwa solusi matematika yang baik harus dapat diuji secara internal dan eksternal, baik melalui logika langkah maupun melalui verifikasi makna. Pembelajaran yang menekankan evaluasi semacam ini akan membantu peserta didik mengembangkan literasi penalaran, ketahanan berpikir, dan kemampuan menilai kualitas solusi secara mandiri, sehingga pemecahan masalah menjadi praktik intelektual yang matang.

c. Generalisasi sebagai Pembentukan Skema, Pola, dan Prinsip Matematis

Generalisasi pada tahap melihat kembali merupakan proses konseptual untuk mengekstraksi pola, prinsip, atau struktur yang lebih luas dari solusi yang telah dibangun. Generalisasi tidak hanya berarti “membuat rumus,” tetapi membangun skema berpikir yang memungkinkan pemecah masalah mengenali kesamaan struktural pada masalah lain dan mengadaptasi strategi yang relevan. Pada tahap ini, pemecah masalah meninjau kembali langkah-langkah yang telah dilakukan untuk mengidentifikasi ide inti yang bersifat transferrable, misalnya strategi memecah masalah, penggunaan representasi tertentu, atau argumen yang berulang pada kelas masalah serupa. Pandangan ini sejalan dengan wacana bahwa pendidikan matematika perlu menekankan apa yang bernilai dalam belajar matematika, yakni kemampuan membangun pemahaman yang dapat dipakai lintas konteks, bukan hanya menyelesaikan soal tunggal (Horrocks & Shearman, 2025).

Generalisasi juga berkaitan dengan cara pemecah masalah menata ulang hubungan konsep dan operasi sehingga menjadi lebih ringkas dan elegan. Dari perspektif desain tugas, generalisasi mendorong peserta didik untuk melihat keterhubungan antar konsep serta memahami bagaimana sebuah solusi memuat proses matematis tertentu—misalnya penalaran, pemodelan, atau representasi. Keterampilan ini penting karena tugas matematika yang bermutu bukan hanya menuntut jawaban, tetapi memfasilitasi munculnya proses matematis yang dapat dipahami dan diinternalisasi (Alsina et al., 2024; Johnson & Ohtani, 2025). Dengan generalisasi, solusi menjadi sumber pembelajaran konseptual, bukan sekadar produk akhir.

Dalam konteks diskursif, generalisasi memerlukan artikulasi ide inti dengan bahasa matematis yang tepat. Pemecah masalah perlu mengekspresikan prinsip yang ditemukan secara jelas, mendefinisikan kondisi keberlakuannya, serta mengkomunikasikan alasan mengapa generalisasi tersebut sah. Praktik ini memperlihatkan bahasa sebagai alat epistemik yang membangun pengetahuan matematika, karena generalisasi harus dapat dijelaskan, diuji, dan dipakai ulang dalam wacana matematis (Hwang, 2025; Pimm et al., 2026). Dengan demikian, generalisasi tidak hanya bersifat kognitif, tetapi juga diskursif, karena keberlakuannya diuji melalui kejelasan komunikasi dan ketepatan makna.

Dengan demikian, generalisasi pada tahap melihat kembali merupakan puncak konseptual yang mengubah pengalaman menyelesaikan masalah menjadi pengetahuan yang lebih luas dan dapat ditransfer. Tahap ini memperkuat pembelajaran matematika sebagai proses membangun struktur berpikir, bukan sekadar menyelesaikan prosedur. Ketika generalisasi dilakukan secara disiplin—dengan memperhatikan kondisi, justifikasi, dan kejelasan bahasa—pemecah masalah akan mengembangkan kompetensi matematis yang adaptif, sehingga mampu menghadapi beragam masalah baru dengan kerangka berpikir yang lebih kuat.

d. Melihat Kembali dalam Diskusi: Negosiasi Makna, Metalevel, dan Penguatan Pemahaman

Dalam diskusi pemecahan masalah, tahap melihat kembali menjadi ruang negosiasi makna yang memungkinkan kelompok menstabilkan pemahaman bersama terhadap konsep, strategi, dan justifikasi yang digunakan. Ketika solusi ditinjau kembali secara kolektif, anggota kelompok dapat menguji koherensi argumen, menantang langkah yang meragukan, serta memperjelas istilah atau simbol yang mungkin dipahami berbeda. Negosiasi ini penting karena diskusi matematika kerap melibatkan perbedaan interpretasi, dan melihat kembali menyediakan mekanisme untuk menyelaraskan pemahaman melalui klarifikasi dan pembuktian. Perbandingan proses negosiasi makna dalam pemecahan masalah kolaboratif menunjukkan bahwa kualitas pembelajaran meningkat ketika kelompok secara eksplisit membahas alasan dan ketepatan langkah, bukan hanya menyepakati hasil (Zhang et al., 2022; Fatmanissa et al., 2025).

Tahap melihat kembali dalam diskusi juga mengaktifkan proses metalevel, yakni pembicaraan tentang bagaimana kelompok belajar, bagaimana strategi dipilih, dan bagaimana kesepakatan dibangun. Perpindahan fokus dari "apa jawabannya" menuju "mengapa cara ini bekerja" menciptakan refleksi kolektif yang memperkuat pemahaman konseptual. Perspektif yang mengintegrasikan positioning theory dan kerangka commognitive menegaskan bahwa kesepakatan belajar pada level meta dapat bergeser selama interaksi, terutama ketika kelompok mengevaluasi kembali legitimasi strategi atau menegosiasikan peran dalam pemeriksaan solusi (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025). Dengan demikian, melihat kembali bukan fase penutup yang pasif, tetapi arena penguatan pemahaman melalui refleksi sosial-kognitif.

Selain itu, melihat kembali mendorong penguatan norma argumentatif dalam diskusi matematika. Kelompok belajar membiasakan diri untuk meminta pembenaran, menuntut definisi yang tepat, dan menguji klaim melalui alasan yang dapat diverifikasi. Norma semacam ini mendukung terbentuknya kultur belajar matematika yang menghargai penalaran dan akuntabilitas. Ketika norma reflektif ini lemah, diskusi cenderung berhenti pada prosedur, sehingga pemahaman mudah rapuh dan rawan kesalahan konseptual; perspektif diskursif-kompleksitas menekankan pentingnya stabilisasi makna untuk mencegah kegagalan belajar matematika yang bersumber dari ketidakjelasan diskursus (Heyd-Metzuyanim, 2025). Maka, melihat kembali berfungsi sebagai mekanisme stabilisasi.

Dengan demikian, melihat kembali dalam diskusi memadukan evaluasi, refleksi metalevel, dan negosiasi makna untuk memperkuat pemahaman matematis secara kolektif. Tahap ini memungkinkan kelompok tidak hanya memastikan solusi benar, tetapi juga membangun justifikasi yang lebih kuat, memperjelas konsep, serta mengekstraksi generalisasi yang dapat digunakan pada masalah lain. Pembelajaran matematika yang memberikan ruang sistematis untuk melihat kembali akan menumbuhkan kualitas diskursus, memperkaya pemahaman konseptual, dan membangun kebiasaan berpikir reflektif sebagai karakter utama pemecah masalah yang matang.

5. Keterkaitan Antar Tahapan Polya dalam Proses Berpikir Matematis

a. Tahapan Polya sebagai Sistem Berpikir yang Terintegrasi

Tahapan pemecahan masalah Polya tidak dapat dipahami sebagai rangkaian langkah linear yang berdiri sendiri, melainkan sebagai sistem berpikir matematis yang saling terhubung dan saling mempengaruhi. Setiap tahap—memahami masalah, merencanakan penyelesaian, melaksanakan rencana, dan melihat kembali—beroperasi dalam hubungan timbal balik yang membentuk alur penalaran secara keseluruhan. Pemahaman masalah yang kuat menyediakan fondasi konseptual bagi perencanaan strategi, sementara kualitas perencanaan menentukan ketepatan operasional dalam pelaksanaan. Sebaliknya, kesadaran akan kebutuhan refleksi dan evaluasi pada tahap melihat kembali dapat memengaruhi cara pemecah masalah memahami dan merencanakan langkah sejak awal. Pandangan ini sejalan dengan pemikiran bahwa berpikir matematis merupakan proses dinamis yang menuntut keterpaduan antara pemahaman, strategi, tindakan, dan refleksi (Hadi et al., 2025; Fabiani Marcatto, 2025).

Keterkaitan antar tahapan Polya juga mencerminkan sifat iteratif dari berpikir matematis. Pemecah masalah sering kali kembali ke tahap sebelumnya ketika menemui ketidaksesuaian atau kebuntuan, misalnya meninjau ulang pemahaman masalah setelah menemukan hasil antara yang tidak konsisten. Proses iterasi ini menunjukkan bahwa tahapan Polya berfungsi sebagai kerangka regulatif, bukan prosedur kaku. Iterasi tersebut memperlihatkan bagaimana berpikir matematis berkembang melalui siklus penyesuaian dan klarifikasi, sehingga pemecahan masalah menjadi proses pembelajaran yang berkelanjutan (Horrocks & Shearman, 2025).

Dalam konteks pembelajaran, pemahaman terhadap keterpaduan tahapan Polya membantu menempatkan kesalahan bukan sebagai kegagalan, melainkan sebagai sinyal perlunya penyesuaian pada tahap tertentu. Ketika peserta didik memahami bahwa setiap tahap saling terkait, mereka lebih mampu mengidentifikasi sumber kesulitan secara spesifik, misalnya apakah masalah terletak pada interpretasi awal, pemilihan strategi, atau pelaksanaan prosedur. Pendekatan ini memperkuat pembelajaran matematika sebagai proses reflektif yang menekankan perbaikan berkelanjutan (Putri et al., 2025).

Dengan demikian, keterkaitan antar tahapan Polya menegaskan bahwa pemecahan masalah matematika merupakan sistem berpikir yang terintegrasi. Setiap tahap berkontribusi pada kualitas keseluruhan proses, dan keberhasilan pemecahan masalah bergantung pada keharmonisan hubungan antar tahap tersebut. Pembelajaran matematika yang menekankan keterpaduan ini akan mendorong berkembangnya kerangka berpikir matematis yang lebih holistik dan adaptif.

b. Transisi Antar Tahap sebagai Mekanisme Penguatan Penalaran

Transisi antar tahapan Polya memainkan peran penting dalam memperkuat penalaran matematis, karena setiap perpindahan tahap menuntut evaluasi implisit terhadap hasil berpikir sebelumnya. Ketika pemecah masalah beralih dari memahami masalah ke merencanakan penyelesaian, terjadi proses penilaian terhadap kecukupan pemahaman yang telah dibangun. Jika pemahaman dianggap belum memadai, perencanaan tidak dapat dilakukan secara efektif. Dengan demikian, transisi ini berfungsi sebagai mekanisme penyaring yang memastikan bahwa strategi yang dipilih berlandaskan pada interpretasi yang tepat (Hadi et al., 2025).

Perpindahan dari tahap perencanaan ke pelaksanaan rencana juga menuntut penalaran yang matang. Pada titik ini, pemecah masalah menilai apakah strategi yang dirancang dapat dioperasionalisasikan secara logis dan efisien. Proses ini melibatkan prediksi konsekuensi langkah dan antisipasi potensi kesulitan prosedural. Ketika pelaksanaan menemui hambatan, pemecah masalah dapat kembali ke tahap perencanaan untuk menyesuaikan strategi. Transisi semacam ini menunjukkan bahwa penalaran matematis berkembang melalui dialog internal antara perencanaan dan tindakan (Fatmanissa et al., 2025).

Transisi menuju tahap melihat kembali memperkuat dimensi reflektif dari penalaran. Pemecah masalah menilai kembali proses dan hasil dengan mempertimbangkan konsistensi, ketepatan, dan kelayakan solusi. Refleksi ini tidak hanya menilai pelaksanaan, tetapi juga memengaruhi cara pemecah masalah memahami dan merencanakan masalah serupa di masa mendatang. Dengan demikian, transisi antar tahap berfungsi sebagai jembatan yang menghubungkan pengalaman pemecahan masalah dengan pembentukan skema berpikir yang lebih luas (Horrocks & Shearman, 2025).

Dengan memandang transisi antar tahapan sebagai mekanisme penguatan penalaran, kerangka Polya memberikan struktur yang mendukung perkembangan berpikir matematis secara bertahap dan reflektif. Pembelajaran yang menekankan kesadaran terhadap transisi ini akan membantu peserta didik mengembangkan kontrol kognitif dan metakognitif yang lebih baik dalam pemecahan masalah matematika (Putri et al., 2025).

c. Keterkaitan Tahapan Polya dalam Perspektif Diskursif dan Commognitive

Dalam perspektif diskursif dan commognitive, keterkaitan antar tahapan Polya dapat dipahami melalui kesinambungan penggunaan bahasa, representasi, dan narasi matematis sepanjang proses pemecahan masalah. Setiap tahap melibatkan bentuk diskursus tertentu yang saling berhubungan: memahami masalah menuntut interpretasi bahasa dan simbol, perencanaan melibatkan narasi strategis, pelaksanaan memerlukan rutinitas operasional, dan melihat kembali mendorong refleksi metalevel. Kesinambungan diskursus ini menegaskan bahwa berpikir matematis berkembang melalui praktik komunikasi yang terstruktur dan konsisten (Sihlangu et al., 2025; Barnett, 2022).

Keterkaitan antar tahap juga terlihat dalam bagaimana makna matematis dinegosiasikan dan distabilkan. Pada tahap awal, makna masih bersifat tentatif dan terbuka terhadap reinterpretasi. Seiring proses berlangsung, makna tersebut dipertegas melalui tindakan operasional dan pembenaran. Pada tahap melihat kembali, makna yang telah dibangun diuji kembali dan, jika perlu, direvisi. Proses ini mencerminkan dinamika commognitive, di mana perubahan pada satu komponen diskursus dapat memengaruhi keseluruhan struktur berpikir matematis (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dalam diskusi pemecahan masalah, keterkaitan antar tahapan Polya juga tampak dalam perubahan peran dan posisi peserta didik. Peserta didik dapat berpindah dari penafsir masalah menjadi perancang strategi, kemudian menjadi pelaksana atau evaluator. Pergeseran ini menunjukkan bahwa tahapan Polya menyediakan kerangka sosial-kognitif yang memungkinkan partisipasi dinamis dalam diskursus matematis. Perubahan posisi ini berkontribusi pada pembelajaran karena memperkaya sudut pandang dan memperdalam pemahaman kolektif (Muslim et al., 2024).

Dengan demikian, keterkaitan antar tahapan Polya dalam perspektif diskursif menegaskan bahwa pemecahan masalah matematika merupakan praktik sosial-epistemik yang terintegrasi. Setiap tahap berkontribusi pada pembentukan diskursus matematis yang koheren, dan kualitas berpikir matematis sangat bergantung pada kesinambungan praktik diskursif tersebut.

d. Implikasi Keterkaitan Tahapan Polya bagi Pengembangan Berpikir Matematis

Keterkaitan antar tahapan Polya memiliki implikasi penting bagi pengembangan berpikir matematis karena menegaskan bahwa kompetensi matematika tidak berkembang melalui penguasaan langkah terpisah, melainkan melalui pemahaman hubungan antar proses berpikir. Ketika peserta didik memahami bagaimana setiap tahap saling mempengaruhi, mereka lebih mampu mengelola proses pemecahan masalah secara sadar dan terarah. Kesadaran ini memperkuat kemampuan regulasi diri dan membantu peserta didik menghadapi masalah yang kompleks dan tidak rutin (Hadi et al., 2025).

Implikasi lain adalah penguatan kemampuan transfer pengetahuan. Karena tahapan Polya terhubung secara sistemik, pengalaman pemecahan satu masalah dapat digunakan untuk menghadapi masalah lain dengan struktur serupa. Peserta didik tidak hanya mengingat prosedur, tetapi memahami alur berpikir yang dapat diterapkan kembali. Hal ini sejalan dengan pandangan bahwa pembelajaran matematika yang bernilai menekankan pengembangan skema berpikir yang fleksibel dan adaptif (Horrocks & Shearman, 2025).

Keterkaitan tahapan Polya juga mendukung pembelajaran kolaboratif yang bermakna. Dalam diskusi kelompok, kesadaran akan hubungan antar tahap membantu peserta didik berkontribusi secara lebih efektif, misalnya dengan mengarahkan diskusi kembali ke pemahaman masalah ketika terjadi kebuntuan pada tahap pelaksanaan. Dengan demikian, kerangka Polya berfungsi sebagai bahasa bersama yang memfasilitasi koordinasi berpikir dalam interaksi sosial (Fatmanissa et al., 2025).

Dengan demikian, keterkaitan antar tahapan Polya memperkuat pengembangan berpikir matematis yang holistik, reflektif, dan berkelanjutan. Kerangka ini tidak hanya membantu menyelesaikan masalah, tetapi juga membentuk cara berpikir yang sistematis dan sadar proses. Oleh karena itu, pemahaman terhadap keterpaduan tahapan Polya merupakan landasan penting dalam pendidikan matematika yang berorientasi pada kualitas penalaran dan kedalaman pemahaman.

6. Tahapan Polya sebagai Siklus Berpikir yang Bersifat Dinamis

a. Pergeseran dari Model Linear ke Siklus Berpikir Matematis

Tahapan pemecahan masalah Polya secara konseptual sering diperkenalkan sebagai urutan langkah yang sistematis, namun dalam praktik berpikir matematis, tahapan tersebut beroperasi sebagai siklus yang bersifat dinamis. Berpikir matematis tidak berlangsung secara satu arah dari memahami masalah hingga melihat kembali, melainkan melalui proses bolak-balik yang menyesuaikan dengan kompleksitas masalah dan dinamika penalaran. Pergeseran dari model linear menuju pemahaman siklik menegaskan bahwa pemecahan masalah merupakan aktivitas intelektual yang adaptif, bukan prosedural. Perspektif ini sejalan dengan pandangan kontemporer yang menempatkan matematika sebagai praktik berpikir yang berkembang melalui interaksi antara pemahaman, strategi, tindakan, dan refleksi (Hadi et al., 2025; Fabiani Marcatto, 2025).

Dalam kerangka siklik, setiap tahap Polya dapat berfungsi sebagai titik masuk atau titik kembali dalam proses berpikir. Pemecah masalah dapat kembali ke tahap memahami masalah setelah melakukan sebagian pelaksanaan, terutama ketika ditemukan ketidaksesuaian hasil. Proses kembali ini bukan tanda kegagalan, melainkan indikator keterlibatan kognitif yang mendalam. Siklus berpikir semacam ini memperlihatkan bahwa berpikir matematis bersifat responsif terhadap umpan balik internal yang muncul selama pemecahan masalah (Horrocks & Shearman, 2025).

Pemahaman terhadap sifat siklik tahapan Polya juga memperkuat peran refleksi berkelanjutan dalam berpikir matematis. Refleksi tidak hanya terjadi pada tahap akhir, tetapi menyertai seluruh proses pemecahan masalah. Kesadaran reflektif ini membantu pemecah masalah menilai keefektifan strategi dan menyesuaikan pendekatan secara berkelanjutan. Dengan demikian, tahapan Polya berfungsi sebagai kerangka regulatif yang fleksibel dan kontekstual (Putri et al., 2025).

Oleh karena itu, memandang tahapan Polya sebagai siklus berpikir dinamis memperkaya pemahaman tentang hakikat pemecahan masalah matematika. Kerangka ini menegaskan bahwa berpikir matematis berkembang melalui proses iteratif yang mengintegrasikan analisis, tindakan, dan refleksi secara berkesinambungan.

b. LIterasi dan Penyesuaian sebagai Ciri Utama Siklus Polya

Salah satu ciri utama tahapan Polya sebagai siklus berpikir dinamis adalah adanya iterasi dan penyesuaian strategi secara berkelanjutan. Iterasi memungkinkan pemecah masalah untuk meninjau ulang keputusan yang telah diambil dan melakukan modifikasi berdasarkan temuan baru. Proses ini menunjukkan bahwa pemecahan masalah matematika tidak bergantung pada kesempurnaan rencana awal, melainkan pada kemampuan untuk menyesuaikan rencana tersebut secara reflektif. Literatur pendidikan matematika menegaskan bahwa iterasi merupakan elemen penting dalam pengembangan penalaran matematis yang matang (Felmer, 2023; Hadi et al., 2025).

Penyesuaian dalam siklus Polya terjadi ketika pemecah masalah menyadari adanya ketidaksesuaian antara hasil sementara dan tujuan yang ingin dicapai. Kesadaran ini mendorong kembali ke tahap perencanaan atau bahkan pemahaman masalah untuk memperjelas asumsi awal. Proses ini memperlihatkan bahwa berpikir matematis melibatkan evaluasi berkelanjutan terhadap kesesuaian strategi dan representasi yang digunakan. Dengan demikian, iterasi berfungsi sebagai mekanisme korektif yang menjaga konsistensi logis pemecahan masalah (Horrocks & Shearman, 2025).

Dalam konteks pembelajaran, iterasi dan penyesuaian mendukung berkembangnya sikap intelektual yang terbuka terhadap revisi. Peserta didik yang memahami sifat siklik tahapan Polya cenderung lebih menerima kesalahan sebagai bagian dari proses berpikir. Pandangan ini memperkuat pembelajaran matematika sebagai aktivitas eksploratif yang menekankan pemahaman mendalam dibandingkan pencapaian jawaban cepat (Fabiani Marcatto, 2025).

Dengan demikian, iterasi dan penyesuaian merupakan inti dari tahapan Polya sebagai siklus berpikir dinamis. Keduanya menegaskan bahwa kualitas pemecahan masalah matematika bergantung pada kemampuan untuk merefleksi, menilai, dan merevisi proses berpikir secara berkesinambungan.

c. Tahapan Polya sebagai Siklus Diskursif dalam Perspektif Commognitive

Dalam perspektif commognitive, tahapan Polya sebagai siklus berpikir dinamis dapat dipahami sebagai siklus diskursif yang melibatkan transformasi berkelanjutan dalam penggunaan bahasa, simbol, dan representasi matematis. Setiap tahap Polya merepresentasikan bentuk diskursus tertentu yang saling terkait dan dapat muncul kembali dalam konteks yang berbeda sepanjang proses pemecahan masalah. Siklus ini mencerminkan bahwa berpikir matematis berkembang melalui praktik diskursif yang berulang dan semakin terkoordinasi (Barnett, 2022; Sihlangu et al., 2025).

Sifat siklik ini memungkinkan terjadinya pergeseran diskursus dari tingkat operasional ke tingkat metalevel. Ketika pemecah masalah kembali ke tahap memahami masalah atau merencanakan penyelesaian, diskursus yang digunakan menjadi lebih reflektif dan eksplisit. Pergeseran ini menunjukkan bahwa siklus Polya mendukung perkembangan kesadaran epistemik, yaitu kesadaran terhadap cara matematika digunakan untuk membangun makna dan justifikasi (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dalam diskusi pemecahan masalah, siklus diskursif ini terlihat melalui dinamika interaksi dan perubahan peran peserta. Peserta didik dapat berpindah dari peran pelaksana prosedur ke peran penafsir atau evaluator, sesuai dengan kebutuhan diskursus pada tahap tertentu. Pergeseran ini memperkaya kualitas interaksi dan memperdalam pemahaman kolektif terhadap masalah yang dibahas (Muslim et al., 2024).

Dengan demikian, tahapan Polya sebagai siklus diskursif menegaskan bahwa pemecahan masalah matematika merupakan praktik sosial-kognitif yang dinamis. Perspektif commognitive membantu memahami bagaimana siklus berpikir ini terwujud melalui perubahan dan kesinambungan dalam diskursus matematis.

d. Kontribusi Siklus Polya terhadap Pengembangan Berpikir Matematis Berkelanjutan

Tahapan Polya yang dipahami sebagai siklus berpikir dinamis memberikan kontribusi signifikan terhadap pengembangan berpikir matematis yang berkelanjutan. Siklus ini memungkinkan pemecah masalah membangun pemahaman yang semakin kaya melalui pengalaman berulang dalam memahami, merencanakan, melaksanakan, dan merefleksikan solusi. Proses ini memperkuat pembentukan skema berpikir yang fleksibel dan dapat diterapkan pada berbagai konteks masalah (Hadi et al., 2025).

Pendekatan siklik juga mendukung perkembangan kemampuan regulasi diri dalam berpikir matematis. Pemecah masalah belajar mengelola proses berpikirnya secara sadar dengan memanfaatkan umpan balik internal untuk memperbaiki strategi. Kesadaran regulatif ini berperan penting dalam menghadapi masalah yang kompleks dan tidak rutin, karena memungkinkan penyesuaian pendekatan secara adaptif (Horrocks & Shearman, 2025).

Selain itu, siklus Polya memperkuat transfer pembelajaran karena menekankan proses berpikir, bukan sekadar hasil akhir. Peserta didik yang terbiasa dengan siklus ini cenderung mampu mengidentifikasi pola berpikir yang relevan dan menerapkannya pada situasi baru. Hal ini sejalan dengan tujuan pendidikan matematika kontemporer yang menekankan nilai berpikir matematis sebagai kompetensi jangka panjang (Fabiani Marcatto, 2025).

Dengan demikian, tahapan Polya sebagai siklus berpikir dinamis berperan sebagai fondasi bagi pengembangan berpikir matematis yang reflektif, adaptif, dan berkelanjutan. Kerangka ini memperkaya pendidikan matematika dengan menempatkan pemecahan masalah sebagai proses berpikir yang hidup dan terus berkembang.

BAB III. PERSPEKTIF COMMOGNITIVE DALAM DISKUSI PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA

1. Konsep Dasar Perspektif Commognitive dalam Pembelajaran Matematika

a. Perspektif Commognitive sebagai Kerangka Epistemik Pembelajaran Matematika

Perspektif commognitive memposisikan pembelajaran matematika sebagai proses epistemik yang berlangsung melalui praktik diskursif yang terstruktur dan bermakna. Dalam kerangka ini, berpikir matematis tidak dipahami sebagai aktivitas mental yang sepenuhnya internal, melainkan sebagai partisipasi aktif dalam diskursus matematika yang memiliki aturan, simbol, dan norma tertentu. Pengetahuan matematika dibangun melalui keterlibatan dalam cara berbicara, menalar, dan membenarkan yang diakui secara kolektif dalam komunitas belajar matematika. Pandangan ini sejalan dengan pemikiran kontemporer yang menekankan bahwa makna matematis tidak muncul secara spontan dalam pikiran individu, tetapi berkembang melalui penggunaan bahasa dan representasi yang disepakati secara sosial (Barnett, 2022; Sihlangu et al., 2025).

Dalam perspektif epistemik ini, belajar matematika berarti mengalami transformasi cara berpikir yang tercermin dalam perubahan diskursus. Peserta didik secara bertahap mengadopsi cara berargumentasi, memilih representasi, serta menggunakan istilah matematika secara lebih presisi. Transformasi tersebut tidak hanya berkaitan dengan penguasaan konten, tetapi juga dengan pemahaman terhadap bagaimana pengetahuan matematika dibangun dan divalidasi. Dengan demikian, perspektif commognitive menempatkan pembelajaran matematika sebagai proses pembentukan identitas epistemik yang berlangsung melalui praktik diskursif yang berulang dan berkesinambungan (Edwards, 2025).

Lebih lanjut, perspektif commognitive memberikan kerangka konseptual untuk memahami perbedaan kualitas pemahaman matematis. Perbedaan tersebut tidak selalu terletak pada jumlah konsep yang dikuasai, tetapi pada cara konsep tersebut diartikulasikan dan digunakan dalam diskursus. Peserta didik yang mampu menggunakan bahasa matematika secara fleksibel dan tepat menunjukkan pemahaman yang lebih dalam dibandingkan peserta didik yang hanya mampu mereproduksi prosedur. Oleh karena itu, perspektif commognitive memperluas pemaknaan keberhasilan belajar matematika dari sekadar hasil ke kualitas proses berpikir (Horrocks & Shearman, 2025).

Dengan memandang pembelajaran matematika sebagai praktik epistemik diskursif, perspektif commognitive menyediakan dasar teoretis yang kuat untuk memahami bagaimana pemecahan masalah, diskusi, dan argumentasi berkontribusi terhadap perkembangan berpikir matematis. Kerangka ini menegaskan bahwa pembelajaran matematika yang bermakna harus memberi ruang bagi interaksi simbolik dan verbal yang memungkinkan terjadinya konstruksi makna secara kolektif.

b. Hubungan antara Kognisi dan Diskursus dalam Commognitive

Perspektif commognitive secara eksplisit menolak pemisahan antara kognisi dan diskursus dalam pembelajaran matematika. Kognisi tidak dipandang sebagai proses mental yang berdiri sendiri, melainkan sebagai aktivitas yang selalu terwujud melalui diskursus. Cara peserta didik berpikir tentang objek matematika tercermin dalam cara mereka berbicara, menulis, dan menggunakan simbol matematika. Dengan demikian, diskursus bukan sekadar sarana ekspresi pemikiran, tetapi merupakan medium tempat pemikiran itu sendiri terbentuk dan berkembang (Barnett, 2022).

Hubungan erat antara kognisi dan diskursus memungkinkan analisis pembelajaran matematika yang lebih komprehensif. Perubahan pemahaman dapat diamati melalui perubahan cara peserta didik menjelaskan strategi, menggunakan istilah, atau menyusun argumen. Ketika diskursus menjadi lebih terstruktur dan konsisten dengan norma matematika, hal tersebut menandakan perkembangan kognitif yang signifikan. Pendekatan ini memberikan landasan teoretis untuk memahami bagaimana kesulitan belajar sering kali berkaitan dengan hambatan diskursif, seperti penggunaan istilah yang ambigu atau representasi yang tidak konsisten (Sihlangu et al., 2025).

Dalam diskusi pemecahan masalah, hubungan kognisi dan diskursus menjadi semakin nyata. Peserta didik tidak hanya memproses informasi secara internal, tetapi juga menyesuaikan pemikirannya melalui interaksi dengan orang lain. Argumen yang disampaikan, pertanyaan yang diajukan, serta klarifikasi yang muncul selama diskusi berfungsi sebagai mekanisme penguatan kognitif. Dengan demikian, diskursus berperan sebagai wahana regulasi bersama yang membimbing arah berpikir kolektif (Fatmanissa et al., 2025).

Melalui lensa commognitive, pembelajaran matematika dapat dipahami sebagai proses ko-evolusi antara kognisi dan diskursus. Setiap perkembangan dalam satu aspek akan memengaruhi aspek lainnya. Pemahaman ini memperkuat argumen bahwa pembelajaran matematika yang efektif harus dirancang untuk mendorong interaksi diskursif yang berkualitas, karena di sanalah kognisi matematis berkembang secara optimal.

c. Bahasa, Representasi, dan Aturan sebagai Inti Praktik Commognitive

Bahasa, representasi, dan aturan diskursif merupakan elemen inti dalam perspektif commognitive yang membentuk praktik pembelajaran matematika. Bahasa memungkinkan artikulasi ide dan justifikasi, sementara representasi menyediakan sarana visual dan simbolik untuk memanipulasi konsep abstrak. Aturan diskursif mengatur bagaimana bahasa dan representasi tersebut digunakan secara sah dan konsisten dalam konteks matematika. Ketiga elemen ini bekerja secara terpadu dalam membangun makna matematis (Lu et al., 2023).

Penggunaan bahasa matematika tidak hanya berkaitan dengan terminologi, tetapi juga dengan struktur argumentasi dan logika penalaran. Representasi seperti grafik, diagram, dan notasi simbolik berfungsi sebagai alat kognitif yang memengaruhi cara peserta didik memahami dan menyelesaikan masalah. Aturan diskursif menentukan kapan suatu representasi dianggap valid dan bagaimana hubungan antar representasi dijustifikasi. Dengan demikian, perspektif commognitive membantu menjelaskan bahwa keberhasilan belajar matematika sangat bergantung pada penguasaan praktik-praktik ini (Edwards, 2025).

Dalam diskusi pemecahan masalah, ketidaksesuaian dalam penggunaan bahasa atau representasi sering menjadi sumber konflik diskursif. Konflik tersebut, ketika dikelola secara produktif, dapat mendorong klarifikasi konsep dan memperdalam pemahaman. Perspektif commognitive memandang konflik diskursif bukan sebagai hambatan, melainkan sebagai peluang untuk transformasi pemahaman matematis. Proses ini menegaskan peran sentral aturan diskursif dalam menjaga koherensi dan ketepatan penalaran (Sihlangu et al., 2025).

Dengan menempatkan bahasa, representasi, dan aturan sebagai inti praktik pembelajaran, perspektif commognitive menawarkan cara pandang yang komprehensif terhadap aktivitas matematika. Kerangka ini membantu memahami bahwa pembelajaran matematika yang bermakna harus memberikan perhatian serius pada kualitas diskursus yang berkembang di kelas, karena di sanalah makna matematis dibangun dan distabilkan.

d. Posisi Perspektif Commognitive dalam Diskusi Pemecahan Masalah Matematika

Dalam konteks diskusi pemecahan masalah matematika, perspektif commognitive memberikan landasan konseptual untuk memahami bagaimana pemahaman kolektif dibangun melalui interaksi diskursif. Diskusi tidak hanya berfungsi sebagai sarana berbagi jawaban, tetapi sebagai arena di mana ide diuji, direvisi, dan dilegitimasi. Perspektif ini menekankan bahwa perubahan pemahaman terjadi ketika diskursus peserta didik mengalami transformasi menuju bentuk yang lebih matematis dan koheren (Muslim et al., 2024).

Posisi commognitive dalam diskusi pemecahan masalah juga menyoroti dinamika peran dan posisi peserta didik. Selama diskusi, peserta didik dapat bergeser dari peran penanya, pengusul strategi, hingga evaluator argumen. Pergeseran ini mencerminkan perkembangan partisipasi epistemik yang memungkinkan pembelajaran terjadi secara sosial. Perspektif commognitive memandang dinamika tersebut sebagai bagian integral dari proses belajar, bukan sebagai fenomena sampingan (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Selain itu, perspektif commognitive memungkinkan analisis mendalam terhadap kualitas diskusi matematika. Diskusi yang produktif ditandai oleh penggunaan bahasa yang presisi, representasi yang relevan, dan justifikasi yang konsisten dengan aturan matematika. Ketika diskursus memenuhi kriteria tersebut, diskusi berfungsi sebagai sarana utama pengembangan berpikir matematis. Sebaliknya, diskursus yang tidak terstruktur dapat menghambat konstruksi makna (Sihlangu et al., 2025).

Dengan demikian, perspektif commognitive menempatkan diskusi pemecahan masalah matematika sebagai praktik epistemik yang esensial. Kerangka ini memberikan pemahaman mendalam tentang bagaimana interaksi sosial, bahasa, dan penalaran berkontribusi terhadap pembentukan pemahaman matematis yang bermakna dan berkelanjutan.

2. Bahasa dan Penggunaan Istilah Matematis dalam Diskusi

a. Bahasa Matematis sebagai Medium Konstruksi Makna dalam Diskusi

Bahasa matematis memiliki peran fundamental sebagai medium utama dalam konstruksi makna selama diskusi pemecahan masalah. Bahasa ini tidak terbatas pada istilah teknis, tetapi mencakup struktur kalimat, simbol, relasi representasional, dan cara menyusun argumen matematis secara logis. Dalam diskusi, bahasa berfungsi sebagai jembatan antara pemikiran internal dan pemahaman kolektif, memungkinkan ide matematis yang bersifat abstrak untuk diartikulasikan secara eksplisit. Perspektif commognitive menegaskan bahwa berpikir matematis berlangsung melalui praktik diskursif, sehingga perubahan pemahaman tercermin langsung dalam perubahan cara berbicara dan menalar tentang objek matematika (Barnett, 2022). Oleh karena itu, kualitas bahasa yang digunakan dalam diskusi sangat menentukan kedalaman makna yang dapat dibangun secara bersama.

Bahasa matematis juga berperan dalam membentuk cara peserta didik memandang dan menginterpretasikan masalah. Pilihan kata dan struktur kalimat yang digunakan dalam diskusi memengaruhi fokus perhatian serta arah penalaran yang berkembang. Ketika bahasa digunakan secara eksplisit dan terstruktur, peserta didik lebih mudah mengidentifikasi hubungan antar konsep dan mengembangkan penalaran yang koheren. Sebaliknya, penggunaan bahasa yang tidak terkontrol dapat menyebabkan pemahaman menjadi dangkal atau terfragmentasi. Dalam kajian diskursif pendidikan matematika, bahasa dipahami sebagai alat kognitif yang membimbing proses berpikir, bukan sekadar sarana komunikasi (Sihlangu et al., 2025).

Dalam diskusi pemecahan masalah, bahasa matematis juga berfungsi sebagai alat koordinasi sosial. Peserta didik menggunakan bahasa untuk menyepakati definisi, mengklarifikasi asumsi, serta menilai keabsahan argumen yang diajukan. Proses ini memungkinkan terbentuknya pemahaman bersama yang tidak bergantung pada otoritas tunggal, melainkan pada legitimasi diskursif. Dengan demikian, bahasa matematis menjadi sarana utama untuk membangun konsensus epistemik dalam diskusi (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dengan menempatkan bahasa matematis sebagai medium konstruksi makna, perspektif commognitive menegaskan bahwa pembelajaran matematika yang bermakna harus memberi perhatian serius pada kualitas diskursus. Diskusi yang kaya secara linguistik membuka ruang bagi eksplorasi ide, refleksi, dan justifikasi, sehingga bahasa matematis berfungsi sebagai fondasi utama dalam pembentukan pemahaman matematis yang mendalam dan berkelanjutan.

b. Peran Istilah Matematis dalam Menjaga Presisi dan Koherensi Diskursus

Istilah matematis memainkan peran sentral dalam menjaga presisi diskursus selama diskusi pemecahan masalah. Setiap istilah membawa makna konseptual yang spesifik dan berfungsi sebagai penanda batasan ide yang dibahas. Penggunaan istilah yang tepat memungkinkan peserta didik menyampaikan gagasan secara ringkas namun akurat, sehingga diskusi dapat berlangsung secara efisien dan terarah. Dalam perspektif commognitive, stabilitas penggunaan istilah merupakan indikator penting dari kematangan diskursus matematis, karena menunjukkan keselarasan antara bahasa yang digunakan dan aturan matematika yang berlaku (Sihlangu et al., 2025).

Presisi terminologis juga berkontribusi pada koherensi argumen yang dibangun dalam diskusi. Ketika istilah digunakan secara konsisten, hubungan antar pernyataan dapat ditelusuri secara logis dan sistematis. Hal ini memungkinkan peserta didik mengevaluasi argumen berdasarkan struktur penalarannya, bukan berdasarkan intuisi semata. Diskusi matematika yang koheren memerlukan penggunaan istilah yang tidak hanya benar secara definisional, tetapi juga sesuai dengan konteks masalah yang sedang dibahas (Hadi et al., 2025).

Dalam praktik diskusi, penggunaan istilah matematis yang tidak tepat sering kali menjadi sumber kebingungan dan miskonsepsi. Ambiguitas terminologi dapat mengaburkan perbedaan konsep yang penting, sehingga menghambat proses pemecahan masalah. Perspektif commognitive memandang fenomena ini sebagai ketidaksinkronan diskursif yang perlu dikoreksi melalui klarifikasi dan penegasan makna. Proses klarifikasi tersebut, ketika dikelola dengan baik, justru dapat memperkuat pemahaman konseptual peserta didik (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dengan demikian, istilah matematis berfungsi sebagai pengikat diskursus yang menjaga presisi dan koherensi diskusi pemecahan masalah. Penguasaan istilah tidak hanya meningkatkan kualitas komunikasi matematis, tetapi juga memperkuat struktur penalaran yang mendasari pemecahan masalah, sehingga diskusi menjadi lebih produktif dan bermakna.

c. Negosiasi Makna Istilah Matematis dalam Interaksi Diskursif

Negosiasi makna istilah matematis merupakan bagian integral dari diskusi pemecahan masalah yang produktif. Perbedaan latar belakang pemahaman dan pengalaman belajar sering menyebabkan variasi interpretasi terhadap istilah atau simbol tertentu. Dalam perspektif commognitive, variasi ini dipandang sebagai peluang untuk mengembangkan diskursus, karena melalui negosiasi makna, peserta didik dipacu untuk menjelaskan, membandingkan, dan merevisi pemahamannya (Zhang et al., 2022).

Proses negosiasi makna biasanya terjadi ketika peserta didik mengajukan pertanyaan klarifikasi atau memberikan penjelasan alternatif terhadap istilah yang digunakan. Interaksi semacam ini mendorong eksplisitasi asumsi yang sebelumnya tersembunyi, sehingga konsep matematika menjadi lebih transparan. Dalam diskusi, negosiasi makna berfungsi sebagai mekanisme regulasi kolektif yang membantu menyelaraskan diskursus individu ke dalam kerangka matematis yang lebih formal (Sihlangu et al., 2025).

Negosiasi istilah matematis juga berkaitan erat dengan konflik diskursif yang bersifat produktif. Ketika terjadi perbedaan pendapat tentang makna suatu istilah, peserta didik terdorong untuk memberikan justifikasi yang lebih kuat dan merujuk pada aturan atau definisi yang relevan. Perspektif commognitive memandang konflik semacam ini sebagai pemicu utama perubahan diskursus dan perkembangan pemahaman matematis (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dengan demikian, negosiasi makna istilah matematis bukan sekadar proses klarifikasi linguistik, melainkan aktivitas epistemik yang memperkaya diskusi pemecahan masalah. Melalui negosiasi, diskursus matematika menjadi lebih tajam, terstruktur, dan bermakna, sehingga mendukung pembentukan pemahaman konseptual yang lebih dalam dan stabil.

d. Implikasi Penggunaan Bahasa Matematis terhadap Kualitas Diskusi Pemecahan Masalah

Penggunaan bahasa matematis yang tepat memiliki implikasi langsung terhadap kualitas diskusi pemecahan masalah. Bahasa yang presisi memungkinkan peserta didik mengungkapkan ide secara jelas dan mengevaluasi argumen secara kritis. Diskusi yang didukung oleh bahasa matematis yang baik cenderung menghasilkan pertukaran ide yang bermakna dan berorientasi pada pemahaman konseptual, bukan sekadar pada pencapaian jawaban akhir (Hadi et al., 2025).

Bahasa matematis juga memengaruhi kedalaman refleksi yang terjadi dalam diskusi. Ketika peserta didik mampu menggunakan istilah dan struktur bahasa yang sesuai, mereka lebih mudah merefleksikan proses berpikirnya sendiri dan proses berpikir orang lain. Refleksi ini memperkuat kesadaran metakognitif dan membantu peserta didik mengembangkan kontrol yang lebih baik terhadap strategi pemecahan masalah (Horrocks & Shearman, 2025).

Selain itu, kualitas bahasa matematis dalam diskusi berkontribusi terhadap inklusivitas dan partisipasi. Diskursus yang jelas dan terstruktur memungkinkan lebih banyak peserta didik terlibat secara aktif, karena makna yang dibahas dapat diakses dan dipahami bersama. Perspektif commognitive menekankan bahwa diskusi yang inklusif memperkaya praktik belajar matematika dengan menghadirkan beragam sudut pandang yang dapat dinegosiasikan secara produktif (Muslim et al., 2024).

Dengan demikian, penggunaan bahasa dan istilah matematis yang berkualitas menjadi prasyarat utama bagi diskusi pemecahan masalah yang efektif. Bahasa tidak hanya menyampaikan ide, tetapi membentuk cara berpikir, berargumentasi, dan memahami matematika secara kolektif, sehingga berperan strategis dalam pengembangan berpikir matematis yang mendalam dan berkelanjutan.

3. Visual Mediator sebagai Sarana Pemaknaan Konsep Matematis

a. Hakikat Visual Mediator dalam Perspektif Commognitive

Visual mediator menempati posisi sentral dalam perspektif commognitive karena berfungsi sebagai penghubung antara bahasa matematis, objek konseptual, dan praktik diskursif yang berlangsung dalam diskusi pemecahan masalah. Visual mediator mencakup berbagai bentuk representasi seperti diagram, grafik, tabel, simbol, dan sketsa matematis yang memungkinkan ide abstrak diwujudkan secara visual tanpa kehilangan makna epistemiknya. Dalam kerangka commognitive, visual mediator tidak dipahami sebagai alat bantu eksternal semata, melainkan sebagai bagian integral dari proses berpikir matematis itu sendiri. Berpikir dipandang berlangsung melalui interaksi simultan antara ujaran, simbol, dan representasi visual yang membentuk satu kesatuan diskursif (Barnett, 2022). Oleh karena itu, visual mediator berperan aktif dalam membangun makna, bukan hanya merepresentasikan makna yang telah ada.

Hakikat visual mediator juga berkaitan erat dengan fungsinya sebagai sarana stabilisasi makna matematis dalam diskusi. Ketika diskursus berkembang, visual mediator menyediakan titik rujukan bersama yang memungkinkan peserta diskusi menjaga kesinambungan penalaran. Representasi visual membantu mengurangi ambiguitas bahasa dan memfasilitasi klarifikasi konsep yang sedang dibahas. Dalam diskusi matematika, visual mediator sering digunakan untuk menegaskan relasi antar objek atau untuk menelusuri kembali langkah-langkah penalaran secara eksplisit (Baccaglini-Frank et al., 2025). Dengan demikian, visual mediator menjadi alat epistemik yang memperkuat struktur diskursus.

Dalam perspektif commognitive, penggunaan visual mediator juga diatur oleh norma dan konvensi matematis tertentu. Cara menggambar grafik, menandai simbol, atau menyusun tabel mengikuti aturan yang disepakati secara sosial dalam komunitas matematika. Kepatuhan terhadap norma tersebut memungkinkan visual mediator berfungsi sebagai sarana komunikasi yang sah dan dapat dipahami bersama. Ketika norma ini belum sepenuhnya dipahami, diskusi sering kali memunculkan perbedaan interpretasi yang justru membuka ruang bagi eksplorasi konseptual (Gavilán Izquierdo et al., 2022).

Dengan demikian, hakikat visual mediator tidak terletak pada bentuk visualnya, melainkan pada perannya sebagai komponen diskursif yang memungkinkan makna matematis dibangun, dinegosiasikan, dan distabilkan secara kolektif. Visual mediator menjadi medium penting yang menjembatani bahasa, konsep, dan praktik berpikir matematis dalam diskusi pemecahan masalah.

b. Peran Visual Mediator dalam Menjembatani Abstraksi Matematis

Visual mediator memainkan peran strategis dalam menjembatani abstraksi matematis dengan pemahaman konseptual peserta didik selama diskusi pemecahan masalah. Konsep matematika sering kali bersifat sangat abstrak dan tidak langsung terhubung dengan pengalaman inderawi. Visual mediator memungkinkan konsep tersebut direpresentasikan secara struktural sehingga relasi dan pola yang mendasarinya dapat diamati dan dianalisis. Dalam diskusi, grafik, diagram, atau skema visual membantu peserta didik mengeksternalisasi ide yang sebelumnya hanya bersifat internal, sehingga memungkinkan terjadinya pertukaran makna secara lebih efektif (Alós et al., 2025).

Peran visual mediator juga terlihat dalam kemampuannya mengarahkan fokus perhatian selama diskusi berlangsung. Ketika peserta diskusi merujuk pada representasi visual yang sama, alur diskursus menjadi lebih terkoordinasi dan terarah. Visual mediator berfungsi sebagai jangkar diskursif yang membantu peserta mempertahankan fokus pada aspek-aspek penting dari masalah. Perspektif commognitive menekankan bahwa perubahan pemahaman sering kali tercermin dalam perubahan cara visual mediator digunakan dan ditafsirkan, bukan hanya dalam perubahan jawaban akhir (Lu et al., 2023).

Selain itu, visual mediator mendukung proses transisi dari pemahaman prosedural menuju pemahaman relasional. Dengan melihat hubungan antar elemen visual, peserta didik dapat mengidentifikasi prinsip umum yang melampaui kasus spesifik. Dalam diskusi pemecahan masalah, visual mediator sering menjadi dasar bagi generalisasi dan justifikasi yang lebih formal, karena memungkinkan struktur matematis dieksplisitkan secara sistematis (Hadi et al., 2025).

Dengan demikian, visual mediator berfungsi sebagai jembatan epistemik yang menghubungkan pengalaman kognitif dengan abstraksi matematis. Peran ini memperkaya kualitas diskusi pemecahan masalah dan mendukung pengembangan berpikir matematis yang lebih fleksibel dan mendalam.

c. Visual Mediator sebagai Objek Negosiasi Makna dalam Diskusi

Dalam diskusi pemecahan masalah, visual mediator sering menjadi objek negosiasi makna yang intensif. Perbedaan cara membaca atau menafsirkan representasi visual mencerminkan variasi pemahaman konseptual yang dimiliki peserta diskusi. Perspektif commognitive memandang negosiasi makna ini sebagai mekanisme penting dalam perkembangan diskursus matematis, karena melalui proses tersebut peserta didik dipacu untuk mengklarifikasi, membandingkan, dan merevisi pemahamannya (Zhang et al., 2022).

Negosiasi makna visual mediator biasanya terjadi ketika peserta diskusi mengajukan pertanyaan tentang arti simbol tertentu, hubungan antar elemen visual, atau implikasi dari suatu representasi. Interaksi ini mendorong eksplisitasi asumsi yang sebelumnya implisit, sehingga diskursus menjadi lebih transparan dan reflektif. Dalam konteks ini, visual mediator berfungsi sebagai alat pemicu dialog epistemik yang memperkaya kualitas diskusi (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Visual mediator juga memainkan peran penting dalam menguji keabsahan argumen yang diajukan dalam diskusi. Ketika suatu klaim dirujuk kembali pada representasi visual, peserta diskusi dapat mengevaluasi konsistensi dan koherensi penalaran yang mendasarinya. Proses ini membantu menjaga kualitas diskursus dan mencegah berkembangnya argumen yang tidak selaras dengan struktur matematis yang berlaku (Weingarden & Heyd-Metzuyanim, 2023).

Melalui negosiasi makna visual mediator, diskusi pemecahan masalah menjadi arena interaksi epistemik yang dinamis. Visual mediator tidak hanya merepresentasikan konsep, tetapi menjadi sarana aktif dalam pembentukan makna matematis yang kolektif dan berkelanjutan.

d. Implikasi Penggunaan Visual Mediator terhadap Kualitas Diskusi Matematis

Penggunaan visual mediator yang efektif memiliki implikasi langsung terhadap kualitas diskusi pemecahan masalah matematika. Visual mediator membantu memperjelas ide yang kompleks, memperkuat argumen, dan memfasilitasi komunikasi matematis yang lebih presisi. Diskusi yang didukung oleh representasi visual yang relevan cenderung menghasilkan pemahaman konseptual yang lebih mendalam dan terstruktur, karena peserta diskusi memiliki landasan visual yang sama untuk menilai dan mengembangkan ide (Gustafsson, 2024).

Visual mediator juga berkontribusi terhadap inklusivitas diskusi dengan menyediakan berbagai jalur akses terhadap konsep matematika. Peserta didik dengan gaya kognitif yang berbeda dapat memanfaatkan visual mediator untuk memahami dan mengekspresikan ide matematis. Perspektif commognitive menekankan bahwa keberagaman cara memediasi makna memperkaya praktik belajar matematika dan meningkatkan partisipasi dalam diskusi (Bikner-Ahsbahs, 2025).

Selain itu, visual mediator mendukung refleksi dan metakognisi dalam diskusi. Dengan merefleksikan representasi visual yang digunakan, peserta diskusi dapat menelusuri kembali proses berpikir dan mengevaluasi strategi pemecahan masalah. Visual mediator memungkinkan proses refleksi dilakukan secara eksplisit dan sistematis, sehingga mendukung pengembangan kontrol metakognitif (Haghjoo et al., 2023).

Dengan demikian, visual mediator bukan sekadar alat ilustratif, melainkan komponen esensial dalam diskursus pemecahan masalah matematika. Peranannya sebagai sarana pemaknaan konsep memperkuat kualitas diskusi dan mendukung perkembangan berpikir matematis yang reflektif, koheren, dan bermakna secara konseptual.

4. Routines sebagai Pola Aktivitas Diskursif dalam Pemecahan Masalah

a. Hakikat Routines dalam Perspektif Commognitive

Routines dalam perspektif commognitive dipahami sebagai pola aktivitas diskursif yang berulang dan terstruktur dalam praktik berpikir matematis. Routines mencerminkan cara-cara yang dianggap sah oleh komunitas matematika dalam melakukan interpretasi, manipulasi, dan justifikasi terhadap objek matematis. Dalam diskusi pemecahan masalah, routines tidak hanya mencakup langkah-langkah prosedural, tetapi juga cara berbicara, cara menggunakan simbol, serta cara merujuk pada representasi visual. Perspektif commognitive menegaskan bahwa routines merupakan bagian dari diskursus yang membentuk kebiasaan berpikir matematis, sehingga pemahaman matematika berkembang seiring dengan internalisasi routines tersebut (Barnett, 2022). Dengan demikian, routines menjadi penanda penting dari bagaimana aktivitas matematis dipraktikkan secara sosial dan kognitif.

Hakikat routines juga berkaitan dengan fungsinya sebagai mekanisme stabilisasi diskursus. Melalui routines, peserta diskusi memiliki kerangka aktivitas yang dapat diprediksi, sehingga interaksi matematis dapat berlangsung secara teratur dan koheren. Routines memungkinkan peserta untuk memahami apa yang diharapkan dalam suatu diskusi, misalnya kapan harus menjelaskan alasan, kapan melakukan perhitungan, atau kapan merefleksikan hasil. Keberadaan routines ini membantu menjaga kesinambungan diskusi dan mencegah terjadinya disorientasi diskursif (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dalam perspektif commognitive, routines tidak bersifat statis, melainkan dapat mengalami transformasi seiring dengan perkembangan pemahaman matematis. Ketika peserta diskusi menghadapi situasi baru atau masalah yang lebih kompleks, routines yang ada dapat dimodifikasi atau diperluas. Proses perubahan routines ini mencerminkan perubahan cara berpikir matematis yang lebih mendalam dan fleksibel (Lu et al., 2023).

Dengan demikian, hakikat routines terletak pada perannya sebagai pola aktivitas diskursif yang membimbing dan membentuk praktik pemecahan masalah matematika. Routines menyediakan kerangka kerja yang memungkinkan diskusi berlangsung secara terstruktur sekaligus adaptif terhadap tuntutan konseptual yang berkembang.

b. Routines sebagai Pengarah Aktivitas Pemecahan Masalah Matematis

Routines berfungsi sebagai pengarah utama aktivitas pemecahan masalah dalam diskusi matematika. Melalui routines, peserta diskusi memiliki panduan implisit tentang urutan aktivitas yang perlu dilakukan, seperti memahami masalah, mengembangkan strategi, dan mengevaluasi solusi. Routines ini tidak selalu dinyatakan secara eksplisit, tetapi terinternalisasi melalui praktik diskursif yang berulang. Perspektif commognitive memandang bahwa keberhasilan pemecahan masalah sangat dipengaruhi oleh sejauh mana peserta mampu mengaktifkan routines yang relevan dengan konteks masalah (Sihlangu et al., 2025).

Sebagai pengarah aktivitas, routines membantu peserta diskusi mengalokasikan perhatian dan sumber daya kognitif secara efektif. Dengan mengikuti routines yang telah dikenal, peserta dapat fokus pada aspek konseptual yang lebih kompleks tanpa harus terus-menerus memikirkan struktur dasar aktivitas. Hal ini memungkinkan diskusi bergerak dari aktivitas rutin menuju eksplorasi ide yang lebih mendalam dan reflektif (Hadi et al., 2025).

Routines juga berperan dalam menjaga konsistensi aktivitas pemecahan masalah di antara berbagai peserta diskusi. Ketika routines dipahami dan diterapkan secara kolektif, diskusi menjadi lebih sinkron dan terkoordinasi. Peserta dapat saling memahami langkah-langkah yang diambil dan memberikan kontribusi yang relevan sesuai dengan tahapan diskusi yang sedang berlangsung (Zhang et al., 2022).

Dengan demikian, routines tidak hanya mengarahkan aktivitas pemecahan masalah, tetapi juga membangun kerangka kerja diskursif yang memungkinkan kolaborasi matematis berlangsung secara efektif dan bermakna.

c. Transformasi Routines dalam Diskusi Pemecahan Masalah

Transformasi routines merupakan indikator penting dari perkembangan berpikir matematis dalam diskusi pemecahan masalah. Ketika peserta diskusi menghadapi masalah yang menantang atau konteks yang baru, routines yang telah mapan sering kali perlu disesuaikan atau direkonstruksi. Perspektif commognitive memandang transformasi ini sebagai proses epistemik yang mencerminkan pergeseran cara berpikir dan bernalar (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Transformasi routines biasanya diawali oleh ketidaksesuaian antara routines yang ada dan tuntutan masalah yang dihadapi. Ketidaksesuaian ini memicu refleksi dan diskusi tentang cara-cara baru dalam mendekati masalah. Dalam diskusi, peserta mulai mempertanyakan routines yang sebelumnya dianggap efektif dan mengeksplorasi alternatif yang lebih sesuai dengan situasi baru (Lu et al., 2023).

Proses transformasi routines sering kali melibatkan negosiasi diskursif yang intensif. Peserta diskusi berbagi pandangan, menguji strategi, dan mengevaluasi hasil untuk menentukan routines yang paling tepat. Melalui proses ini, routines yang baru tidak hanya diadopsi secara individual, tetapi juga distabilkan secara kolektif dalam diskursus (Weingarden & Heyd-Metzuyanim, 2023).

Dengan demikian, transformasi routines mencerminkan dinamika berpikir matematis yang adaptif dan reflektif. Diskusi pemecahan masalah menjadi arena di mana routines tidak hanya diterapkan, tetapi juga dikembangkan dan diperbaharui sesuai dengan kebutuhan konseptual yang berkembang.

d. Implikasi Routines terhadap Kualitas Diskusi Pemecahan Masalah

Keberadaan routines yang efektif memiliki implikasi signifikan terhadap kualitas diskusi pemecahan masalah matematika. Routines yang terinternalisasi dengan baik memungkinkan diskusi berlangsung secara terstruktur, fokus, dan produktif. Peserta diskusi dapat mengembangkan argumen secara sistematis dan mengevaluasi solusi secara kritis, karena aktivitas diskursif berjalan dalam kerangka yang jelas (Gustafsson, 2024).

Routines juga berkontribusi terhadap pengembangan refleksi dan metakognisi dalam diskusi. Dengan menyadari routines yang digunakan, peserta diskusi dapat mengevaluasi efektivitas strategi pemecahan masalah dan menyesuaikannya jika diperlukan. Perspektif commognitive menekankan bahwa kesadaran terhadap routines merupakan bagian penting dari perkembangan berpikir matematis tingkat lanjut (Haghjoo et al., 2023).

Selain itu, routines mendukung inklusivitas diskusi dengan menyediakan pola aktivitas yang dapat diakses oleh seluruh peserta. Ketika routines dipahami secara kolektif, lebih banyak peserta dapat berpartisipasi secara aktif tanpa mengalami kebingungan tentang apa yang harus dilakukan atau dikatakan. Hal ini memperkaya kualitas interaksi dan memperluas basis kontribusi dalam diskusi (Muslim et al., 2024).

Dengan demikian, routines berperan sebagai fondasi diskursif yang menopang kualitas diskusi pemecahan masalah matematika. Melalui routines yang adaptif dan reflektif, diskusi menjadi sarana yang efektif untuk membangun pemahaman matematis yang mendalam, koheren, dan berkelanjutan.

5. Narrative sebagai Bentuk Legitimasi Penalaran Matematis

a. Hakikat Narrative dalam Perspektif Commognitive

Narrative dalam perspektif commognitive dipahami sebagai rangkaian ujaran matematis yang membentuk alur penalaran dan memberikan legitimasi terhadap suatu kesimpulan. Narrative bukan sekadar cerita deskriptif, melainkan struktur diskursif yang menghubungkan premis, langkah penalaran, dan hasil secara koheren. Dalam diskusi pemecahan masalah matematika, narrative berfungsi untuk menjelaskan mengapa suatu strategi digunakan, bagaimana suatu kesimpulan diperoleh, serta apa makna matematis dari hasil yang dicapai. Perspektif commognitive menegaskan bahwa legitimasi matematis tidak hanya ditentukan oleh kebenaran simbolik, tetapi juga oleh keberterimaan narrative dalam komunitas diskursif matematika (Barnett, 2022).

Hakikat narrative juga berkaitan dengan fungsinya sebagai pengikat logis antar pernyataan matematis. Melalui narrative, peserta diskusi menyusun hubungan sebab-akibat, inferensi, dan generalisasi yang membentuk kerangka penalaran yang dapat diikuti secara kolektif. Narrative memungkinkan argumen matematis disajikan secara runtut, sehingga setiap langkah dapat ditelusuri dan dievaluasi. Dalam diskusi, narrative berperan sebagai sarana untuk menjembatani antara aktivitas prosedural dan pemahaman konseptual yang lebih dalam (Hadi et al., 2025).

Dalam perspektif commognitive, narrative juga mencerminkan norma dan nilai epistemik yang berlaku dalam praktik matematika. Cara suatu penalaran diceritakan mencerminkan apa yang dianggap sah sebagai alasan matematis, bukti, atau justifikasi. Narrative yang sesuai dengan norma tersebut akan lebih mudah diterima dan dilegitimasi dalam diskusi (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dengan demikian, hakikat narrative terletak pada perannya sebagai struktur diskursif yang memberikan makna dan legitimasi terhadap penalaran matematis. Narrative memungkinkan penalaran menjadi dapat dipahami, diuji, dan diterima secara kolektif dalam diskusi pemecahan masalah.

b. Narrative sebagai Sarana Legitimasi Penalaran dalam Diskusi Matematis

Narrative berfungsi sebagai sarana utama legitimasi penalaran matematis dalam diskusi pemecahan masalah. Melalui narrative, peserta diskusi menyampaikan alasan yang mendasari setiap langkah penalaran, sehingga solusi yang diajukan tidak hanya dipandang sebagai hasil akhir, tetapi sebagai proses berpikir yang dapat dipertanggungjawabkan. Perspektif commognitive memandang bahwa legitimasi matematis diperoleh ketika narrative yang disampaikan selaras dengan aturan dan konvensi diskursus matematika (Sihlangu et al., 2025).

Dalam diskusi, narrative memungkinkan peserta lain untuk menilai keabsahan suatu argumen secara kritis. Dengan mengikuti alur cerita penalaran, peserta dapat mengidentifikasi asumsi, inferensi, dan generalisasi yang digunakan. Proses ini menjadikan diskusi sebagai arena evaluasi epistemik, di mana penalaran diuji melalui dialog dan klarifikasi, bukan melalui otoritas semata (Zhang et al., 2022).

Narrative juga berperan dalam membedakan antara penalaran yang bersifat intuitif dan penalaran yang sah secara matematis. Melalui penyusunan narrative yang eksplisit, peserta diskusi didorong untuk mengartikulasikan alasan matematis yang mendukung intuisi awalnya. Hal ini memperkuat kualitas diskursus dan mendorong perkembangan penalaran yang lebih formal dan reflektif (Hadi et al., 2025).

Dengan demikian, narrative menjadi mekanisme legitimasi yang memastikan bahwa penalaran matematis dalam diskusi tidak hanya benar secara hasil, tetapi juga sah secara proses. Narrative memungkinkan penalaran diuji, diterima, dan distabilkan secara kolektif dalam praktik diskursif matematika.

c. Negosiasi Narrative dalam Diskusi Pemecahan Masalah

Dalam diskusi pemecahan masalah, narrative sering kali menjadi objek negosiasi diskursif. Perbedaan cara menyusun atau menafsirkan narrative mencerminkan perbedaan pemahaman konseptual dan pendekatan penalaran yang dimiliki peserta diskusi. Perspektif commognitive memandang negosiasi narrative sebagai proses penting dalam perkembangan diskursus matematis, karena melalui negosiasi ini makna dan legitimasi penalaran disepakati secara kolektif (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Negosiasi narrative terjadi ketika peserta diskusi mempertanyakan kejelasan, kelengkapan, atau konsistensi alur penalaran yang disampaikan. Pertanyaan dan tanggapan yang muncul mendorong penyempurnaan narrative, sehingga penalaran menjadi lebih eksplisit dan terstruktur. Dalam konteks ini, diskusi berfungsi sebagai ruang dialog epistemik yang memperkaya kualitas argumentasi matematis (Weingarden & Heyd-Metzuyanim, 2023).

Proses negosiasi narrative juga berkontribusi terhadap pembentukan pemahaman bersama. Melalui klarifikasi dan revisi narrative, peserta diskusi menyelaraskan cara berpikir dan berbicara tentang konsep matematika yang dibahas. Hal ini memungkinkan terbentuknya kesepakatan epistemik yang menjadi dasar bagi legitimasi penalaran (Lu et al., 2023).

Dengan demikian, negosiasi narrative bukan sekadar perdebatan linguistik, melainkan proses epistemik yang memperkuat diskursus matematika. Diskusi pemecahan masalah menjadi arena di mana narrative disusun, diuji, dan distabilkan secara kolektif, sehingga penalaran matematis memperoleh legitimasi yang kokoh.

d. Implikasi Narrative terhadap Kualitas Diskusi dan Pemahaman Matematis

Keberadaan narrative yang kuat dan koheren memiliki implikasi signifikan terhadap kualitas diskusi pemecahan masalah matematika. Narrative memungkinkan diskusi bergerak melampaui pertukaran jawaban menuju eksplorasi proses berpikir yang mendalam. Dengan narrative yang jelas, peserta diskusi dapat mengikuti alur penalaran secara sistematis dan mengevaluasi setiap langkah dengan kritis (Gustafsson, 2024).

Narrative juga mendukung pengembangan refleksi dan metakognisi dalam diskusi. Ketika peserta menyusun dan merefleksikan narrative penalarannya, mereka menjadi lebih sadar terhadap strategi, asumsi, dan inferensi yang digunakan. Perspektif commognitive menekankan bahwa kesadaran terhadap narrative merupakan bagian penting dari perkembangan berpikir matematis tingkat lanjut (Haghjoo et al., 2023).

Selain itu, narrative berkontribusi terhadap inklusivitas diskusi dengan menyediakan kerangka penalaran yang dapat diikuti oleh seluruh peserta. Narrative yang disusun secara eksplisit memungkinkan lebih banyak peserta memahami dan terlibat dalam diskusi, sehingga memperkaya interaksi dan memperluas basis kontribusi (Muslim et al., 2024).

Dengan demikian, narrative berperan sebagai fondasi legitimasi penalaran matematis dalam diskusi pemecahan masalah. Melalui narrative yang koheren, reflektif, dan sah secara diskursif, diskusi menjadi sarana efektif untuk membangun pemahaman matematis yang mendalam, bermakna, dan berkelanjutan.

6. Diskusi Matematis sebagai Ruang Negosiasi Makna

a. Diskusi Matematis sebagai Arena Interaksi Epistemik

Diskusi matematis dipahami sebagai arena interaksi epistemik tempat makna matematika dibangun, diuji, dan dinegosiasikan secara kolektif. Dalam perspektif commognitive, diskusi bukan sekadar pertukaran pendapat atau jawaban, melainkan praktik diskursif yang memungkinkan terjadinya pergeseran pemahaman melalui dialog. Setiap kontribusi dalam diskusi membawa perspektif konseptual tertentu yang berpotensi memperkaya atau menantang pemahaman yang telah ada. Oleh karena itu, diskusi menjadi ruang dinamis yang memungkinkan peserta terlibat dalam proses ko-konstruksi makna matematis (Barnett, 2022). Makna tidak dipandang sebagai entitas yang ditransfer, tetapi sebagai hasil dari interaksi diskursif yang berkelanjutan.

Sebagai arena epistemik, diskusi matematis memungkinkan berbagai bentuk penalaran diekspresikan dan dibandingkan. Peserta diskusi mengajukan argumen, memberikan justifikasi, serta menanggapi pandangan lain dengan merujuk pada aturan dan norma matematika. Proses ini menciptakan lingkungan di mana ide-ide matematis dapat dievaluasi secara kritis tanpa bergantung pada otoritas tunggal. Perspektif ini menekankan bahwa legitimasi pengetahuan matematika diperoleh melalui kesepakatan diskursif, bukan melalui penerimaan pasif (Zhang et al., 2022).

Diskusi matematis juga berfungsi sebagai ruang refleksi kolektif. Melalui interaksi, peserta diskusi memiliki kesempatan untuk merefleksikan pemahamannya sendiri sekaligus memahami cara berpikir orang lain. Refleksi ini memperkuat kesadaran metakognitif dan membantu peserta mengidentifikasi kekuatan serta keterbatasan penalarannya. Dalam konteks ini, diskusi menjadi sarana penting untuk pengembangan pemahaman matematis yang lebih matang (Hadi et al., 2025).

Dengan demikian, diskusi matematis sebagai arena interaksi epistemik memainkan peran sentral dalam pembentukan makna matematika. Diskusi menyediakan ruang dialog yang memungkinkan pengetahuan matematis berkembang secara sosial, reflektif, dan bermakna (Horrocks & Shearman, 2025).

b. Negosiasi Makna sebagai Inti Diskusi Matematis

Negosiasi makna merupakan inti dari diskusi matematis dalam perspektif commognitive. Setiap peserta diskusi membawa pemahaman, interpretasi, dan pengalaman yang berbeda terhadap konsep matematika yang dibahas. Perbedaan ini memicu dialog yang memungkinkan makna dipertanyakan, diperjelas, dan disepakati secara kolektif. Perspektif commognitive memandang negosiasi makna sebagai mekanisme utama perubahan diskursus, karena melalui proses ini cara berpikir dan berbicara tentang matematika dapat mengalami transformasi (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Negosiasi makna terjadi ketika peserta diskusi saling menanggapi argumen, mengajukan pertanyaan klarifikasi, atau menawarkan interpretasi alternatif. Interaksi semacam ini mendorong eksplisitasi asumsi yang sebelumnya tersembunyi, sehingga makna matematis menjadi lebih transparan. Dalam diskusi pemecahan masalah, negosiasi makna memungkinkan peserta menyelaraskan pemahaman individu ke dalam kerangka konseptual yang lebih formal dan koheren (Sihlangu et al., 2025).

Proses negosiasi juga berfungsi sebagai mekanisme regulasi epistemik. Melalui dialog, peserta diskusi dapat menilai kesesuaian suatu interpretasi dengan aturan dan norma matematika. Interpretasi yang tidak konsisten atau kurang tepat akan ditantang, sementara interpretasi yang lebih kuat secara konseptual akan memperoleh legitimasi diskursif. Dengan demikian, negosiasi makna membantu menjaga kualitas dan ketepatan diskursus matematis (Weingarden & Heyd-Metzuyanim, 2023).

Dengan menempatkan negosiasi makna sebagai inti diskusi, perspektif commognitive menegaskan bahwa pemahaman matematika berkembang melalui interaksi dialogis yang berkelanjutan. Diskusi matematis menjadi sarana utama untuk membangun makna yang sah, stabil, dan bermakna secara konseptual.

c. Peran Bahasa, Visual Mediator, dan Narrative dalam Negosiasi Makna

Negosiasi makna dalam diskusi matematis dimediasi oleh berbagai komponen diskursif, terutama bahasa matematis, visual mediator, dan narrative. Bahasa matematis menyediakan sarana verbal untuk mengekspresikan ide, sementara visual mediator memungkinkan representasi non-verbal yang memperjelas relasi konseptual. Narrative, di sisi lain, menghubungkan berbagai elemen tersebut dalam alur penalaran yang koheren. Perspektif commognitive memandang ketiga komponen ini sebagai elemen yang saling terkait dalam proses negosiasi makna (Barnett, 2022).

Bahasa matematis memainkan peran penting dalam merumuskan dan mengklarifikasi makna selama diskusi. Pemilihan istilah, struktur kalimat, dan simbol memengaruhi bagaimana ide dipahami dan dinegosiasikan. Ketika bahasa digunakan secara presisi, diskusi menjadi lebih terarah dan produktif. Sebaliknya, ambiguitas bahasa sering kali memicu negosiasi yang lebih intensif, yang meskipun menantang, dapat memperdalam pemahaman konseptual (Sihlangu et al., 2025).

Visual mediator mendukung negosiasi makna dengan menyediakan titik referensi bersama yang dapat diamati dan ditafsirkan secara kolektif. Diagram, grafik, atau tabel sering menjadi objek diskusi yang memicu klarifikasi dan penyesuaian interpretasi. Visual mediator memungkinkan peserta diskusi menguji kesesuaian penalaran dengan struktur matematis yang direpresentasikan (Baccaglini-Frank et al., 2025).

Narrative mengintegrasikan bahasa dan visual mediator dalam alur penalaran yang bermakna. Melalui narrative, peserta diskusi menyusun cerita penalaran yang dapat dinegosiasikan, dievaluasi, dan dilegitimasi secara kolektif. Dengan demikian, ketiga komponen tersebut berfungsi bersama-sama sebagai sarana utama dalam negosiasi makna matematis.

d. Implikasi Diskusi sebagai Ruang Negosiasi Makna terhadap Pembelajaran Matematika

Memahami diskusi matematis sebagai ruang negosiasi makna memiliki implikasi penting terhadap kualitas pembelajaran matematika. Diskusi yang menekankan negosiasi makna mendorong peserta untuk terlibat secara aktif dalam proses berpikir, bukan sekadar mengikuti prosedur atau menerima jawaban. Pendekatan ini memperkuat pemahaman konseptual dan mendorong perkembangan penalaran yang lebih reflektif (Hadi et al., 2025).

Diskusi sebagai ruang negosiasi makna juga mendukung pengembangan kemampuan argumentasi dan justifikasi matematis. Peserta diskusi belajar untuk menyampaikan alasan, menanggapi pandangan lain, dan merevisi pemahaman berdasarkan dialog. Proses ini memperkaya praktik diskursif dan meningkatkan kualitas interaksi matematis (Putri et al., 2025).

Selain itu, diskusi yang menekankan negosiasi makna berkontribusi terhadap inklusivitas dan keberagaman perspektif. Setiap peserta memiliki kesempatan untuk berkontribusi dan mempengaruhi arah diskursus. Perspektif commognitive menekankan bahwa keberagaman pandangan merupakan sumber daya epistemik yang penting dalam pembelajaran matematika (Muslim et al., 2024).

Dengan demikian, diskusi matematis sebagai ruang negosiasi makna menjadi fondasi utama bagi pembelajaran matematika yang bermakna. Diskusi memungkinkan makna matematika dibangun secara sosial, diuji secara kritis, dan distabilkan melalui dialog, sehingga mendukung perkembangan berpikir matematis yang mendalam dan berkelanjutan.

BAB IV. DINAMIKA PERUBAHAN PERAN DALAM DISKUSI PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA

1. Konsep Peran dan Posisi dalam Diskusi Matematis

a. Peran Matematis sebagai Konstruksi Sosial dalam Diskusi

Peran dalam diskusi matematis tidak dapat dipahami sebagai atribut tetap yang melekat pada individu, melainkan sebagai konstruksi sosial yang terbentuk melalui interaksi diskursif. Dalam perspektif pembelajaran matematika kontemporer, peran muncul dari kontribusi yang diberikan peserta dalam diskusi, seperti mengajukan ide, memberikan klarifikasi, atau menantang argumen yang ada. Dengan demikian, peran matematis bersifat situasional dan dinamis, bergantung pada konteks diskusi dan respons peserta lain. Pemahaman ini sejalan dengan pendekatan diskursif yang menempatkan aktivitas berbicara dan berinteraksi sebagai pusat perkembangan pemahaman matematis (Barnett, 2022). Peran bukan ditentukan oleh status formal, melainkan oleh praktik diskursif yang dijalankan.

Peran matematis juga mencerminkan bentuk partisipasi epistemik peserta dalam diskusi. Ketika seseorang berkontribusi melalui penalaran konseptual atau justifikasi matematis, peran yang dijalankan berhubungan langsung dengan pembangunan pengetahuan. Sebaliknya, kontribusi yang bersifat prosedural atau reaktif membentuk peran yang berbeda dalam diskursus. Perspektif ini menegaskan bahwa kualitas peran tidak diukur dari frekuensi berbicara, melainkan dari fungsi epistemik kontribusi tersebut (Hadi et al., 2025).

Dalam diskusi pemecahan masalah, peran matematis dapat bergeser seiring berkembangnya pemahaman bersama. Peserta yang awalnya berperan sebagai pendengar dapat bertransformasi menjadi pengusul strategi atau penilai argumen. Transformasi ini menunjukkan bahwa peran bersifat terbuka dan dapat dinegosiasikan melalui interaksi (Zhang et al., 2022).

Dengan demikian, peran matematis merupakan hasil dari praktik sosial yang terbangun melalui diskusi. Peran tersebut menjadi indikator penting untuk memahami bagaimana pengetahuan matematika dikonstruksi secara kolektif dalam konteks pembelajaran.

b. Posisi Diskursif sebagai Representasi Relasi Kuasa dan Otoritas

Posisi dalam diskusi matematis merujuk pada cara individu ditempatkan atau menempatkan diri dalam relasi kuasa dan otoritas epistemik. Posisi tidak selalu sejalan dengan peran formal, melainkan tercermin dari sejauh mana kontribusi seseorang diakui, dirujuk, atau dijadikan dasar pengambilan keputusan diskursif. Dalam diskusi pemecahan masalah, posisi epistemik sering kali terbentuk melalui legitimasi argumen dan kemampuan merujuk pada aturan matematis yang diakui bersama (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Posisi diskursif bersifat relasional, artinya posisi seseorang hanya bermakna dalam kaitannya dengan posisi peserta lain. Ketika suatu argumen diterima dan diadopsi oleh kelompok, posisi pembicara menjadi lebih sentral dalam diskusi. Sebaliknya, argumen yang diabaikan atau ditantang dapat menempatkan pembicara pada posisi marginal. Proses ini menunjukkan bahwa posisi tidak bersifat statis, tetapi terus dinegosiasikan melalui interaksi diskursif (Lu et al., 2023).

Dalam konteks pembelajaran matematika, posisi epistemik berpengaruh terhadap partisipasi dan keberlanjutan diskusi. Peserta yang menempati posisi sentral cenderung lebih aktif dalam mengarahkan alur diskusi, sementara posisi periferal sering membatasi ruang kontribusi. Namun, diskusi yang sehat memungkinkan terjadinya pergeseran posisi secara gradual melalui dialog yang inklusif (Jarry-Shore & Richardson, 2025).

Dengan demikian, posisi diskursif merefleksikan struktur sosial diskusi matematis. Pemahaman terhadap posisi membantu menjelaskan bagaimana otoritas epistemik dibangun, dipertahankan, dan ditransformasikan dalam diskusi pemecahan masalah.

c. Hubungan antara Peran, Posisi, dan Praktik Diskursif

Peran dan posisi dalam diskusi matematis saling terkait erat melalui praktik diskursif yang dijalankan peserta. Peran merepresentasikan fungsi kontribusi, sedangkan posisi mencerminkan pengakuan sosial terhadap kontribusi tersebut. Hubungan ini bersifat dialektis, karena praktik diskursif tertentu dapat memperkuat atau melemahkan posisi seseorang, sekaligus memengaruhi peran yang dapat dijalankan selanjutnya (Weingarden & Heyd-Metzuyanim, 2023).

Praktik diskursif seperti mengajukan pertanyaan reflektif, memberikan justifikasi formal, atau mengaitkan ide dengan representasi visual berpotensi meningkatkan posisi epistemik pembicara. Ketika praktik tersebut diapresiasi oleh kelompok, peran yang dijalankan memperoleh legitimasi yang lebih kuat. Sebaliknya, praktik diskursif yang kurang terhubung dengan norma matematis dapat membatasi posisi pembicara dalam diskusi (Sihlangu et al., 2025).

Hubungan antara peran dan posisi juga dipengaruhi oleh norma sosial diskusi. Norma yang mendukung dialog terbuka dan saling menghargai memungkinkan pergeseran peran dan posisi berlangsung secara produktif. Dalam kondisi ini, diskusi menjadi ruang belajar yang inklusif, di mana setiap peserta berpeluang mengembangkan peran dan posisi epistemiknya (Gustafsson, 2024).

Dengan demikian, peran dan posisi tidak dapat dipisahkan dari praktik diskursif yang terjadi dalam diskusi. Keduanya menjadi lensa konseptual penting untuk memahami dinamika interaksi dan pembangunan makna matematis secara kolektif.

d. Implikasi Konsep Peran dan Posisi terhadap Diskusi Pemecahan Masalah

Pemahaman tentang peran dan posisi dalam diskusi matematis memiliki implikasi penting bagi kualitas diskusi pemecahan masalah. Diskusi yang memperhatikan dinamika peran dan posisi cenderung lebih adaptif dan responsif terhadap kebutuhan belajar peserta. Dengan menyadari bahwa peran bersifat dinamis, diskusi dapat dirancang untuk mendorong partisipasi yang lebih merata dan bermakna (Putri et al., 2025).

Konsep posisi membantu mengidentifikasi potensi ketimpangan dalam diskusi, seperti dominasi tertentu atau marginalisasi suara lain. Dengan memahami posisi sebagai hasil interaksi diskursif, diskusi dapat diarahkan untuk membuka ruang legitimasi bagi berbagai kontribusi, sehingga makna matematis dibangun secara lebih kolektif (Muslim et al., 2024).

Selain itu, pemahaman peran dan posisi memperkuat kesadaran metadiskursif peserta. Peserta tidak hanya terlibat dalam pemecahan masalah, tetapi juga memahami bagaimana interaksi memengaruhi alur berpikir kelompok. Kesadaran ini mendukung perkembangan penalaran reflektif dan komunikasi matematis yang lebih matang (Hadi et al., 2025).

Dengan demikian, konsep peran dan posisi menjadi fondasi teoretis penting dalam memahami dinamika diskusi pemecahan masalah matematika. Keduanya membantu menjelaskan bagaimana interaksi sosial berkontribusi terhadap pembangunan pemahaman matematis yang bermakna dan berkelanjutan.

2. Perubahan Peran Siswa dalam Proses Pemecahan Masalah

a. Perubahan Peran sebagai Indikator Perkembangan Berpikir Matematis

erubahan peran siswa dalam proses pemecahan masalah matematika merupakan indikator penting dari perkembangan berpikir matematis yang bersifat progresif dan reflektif. Pada tahap awal diskusi, siswa sering menempati peran yang terbatas, seperti pengamat atau penerima ide, karena masih berfokus pada pemahaman masalah secara individual. Seiring berjalannya diskusi, keterlibatan kognitif dan diskursif meningkat, memungkinkan siswa mengambil peran yang lebih aktif dalam mengusulkan strategi, menjelaskan alasan, atau menghubungkan ide dengan konsep yang relevan. Perspektif diskursif memandang perubahan ini sebagai tanda transformasi cara berpikir, bukan sekadar peningkatan partisipasi verbal (Hadi et al., 2025).

Perubahan peran juga mencerminkan pergeseran dari aktivitas prosedural menuju aktivitas konseptual. Ketika siswa mulai mengajukan pertanyaan kritis atau memberikan justifikasi matematis, peran yang dijalankan menunjukkan peningkatan kedalaman pemahaman. Dalam konteks ini, peran siswa berkembang seiring dengan kemampuannya menggunakan bahasa matematis secara lebih presisi dan bermakna (Sihlangu et al., 2025).

Selain itu, perubahan peran tidak selalu bersifat linear. Siswa dapat berganti peran secara fleksibel sesuai dengan tuntutan diskusi dan kompleksitas masalah. Fleksibilitas ini menunjukkan bahwa berpikir matematis bersifat adaptif dan responsif terhadap konteks (Zhang et al., 2022). Dengan demikian, perubahan peran siswa menjadi cerminan perkembangan berpikir matematis yang berlangsung melalui interaksi diskursif yang berkelanjutan.

b. Faktor Diskursif yang Mendorong Perubahan Peran Siswa

Perubahan peran siswa dalam pemecahan masalah sangat dipengaruhi oleh faktor diskursif yang muncul selama diskusi. Salah satu faktor utama adalah kualitas interaksi verbal, khususnya bagaimana ide diterima, ditanggapi, dan dikembangkan oleh kelompok. Ketika diskusi berlangsung dalam suasana dialogis yang terbuka, siswa memiliki peluang lebih besar untuk mengubah perannya dari pendengar pasif menjadi kontributor aktif (Gustafsson, 2024).

Bahasa matematis yang digunakan dalam diskusi juga memainkan peran penting. Penguasaan istilah dan struktur bahasa memungkinkan siswa menyampaikan ide dengan lebih percaya diri dan memperoleh legitimasi diskursif. Ketika kontribusi siswa diakui oleh peserta lain, posisi epistemiknya menguat dan mendorong perubahan peran yang lebih sentral (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Selain bahasa, visual mediator seperti diagram atau representasi simbolik sering menjadi pemicu perubahan peran. Siswa yang mampu menginterpretasikan atau memodifikasi representasi visual sering beralih ke peran penjelas atau pengarah diskusi, karena kontribusinya memberikan kejelasan konseptual bagi kelompok (Baccaglini-Frank et al., 2025). Dengan demikian, faktor diskursif berfungsi sebagai katalis perubahan peran siswa. Diskusi yang kaya secara diskursif menciptakan kondisi yang memungkinkan peran siswa berkembang secara alami dan bermakna.

c. Dinamika Interaksi Sosial dalam Perubahan Peran Siswa

Perubahan peran siswa dalam proses pemecahan masalah tidak terlepas dari dinamika interaksi sosial yang terjadi dalam diskusi. Interaksi sosial membentuk struktur partisipasi yang menentukan siapa yang berbicara, didengarkan, dan dirujuk dalam diskusi. Ketika struktur ini bersifat inklusif, siswa memiliki ruang untuk mengeksplorasi peran yang berbeda tanpa tekanan hierarkis yang kaku (Jarry-Shore & Richardson, 2025).

Dinamika interaksi juga memengaruhi keberanian siswa untuk mengambil risiko intelektual. Lingkungan diskusi yang mendukung memungkinkan siswa mengemukakan ide yang belum sepenuhnya matang, yang kemudian dapat dikembangkan melalui dialog. Proses ini sering kali memicu perubahan peran, karena siswa yang awalnya ragu dapat berkembang menjadi kontributor utama setelah memperoleh umpan balik positif (Mendez & van Es, 2025).

Selain itu, interaksi sosial memungkinkan terjadinya pembelajaran melalui pengamatan. Siswa dapat meniru praktik diskursif rekan yang lebih aktif, seperti cara memberikan justifikasi atau menghubungkan ide. Peniruan ini berkontribusi pada perubahan peran secara gradual dan berkelanjutan (Zhang et al., 2021). Dengan demikian, dinamika interaksi sosial menjadi fondasi penting bagi perubahan peran siswa. Diskusi pemecahan masalah berfungsi sebagai ruang sosial yang memungkinkan transformasi peran berlangsung secara kolektif dan reflektif.

d. Implikasi Perubahan Peran terhadap Kualitas Pemecahan Masalah

Perubahan peran siswa dalam proses pemecahan masalah memiliki implikasi signifikan terhadap kualitas hasil dan proses pemecahan masalah itu sendiri. Ketika siswa mampu berpindah dari peran pasif ke peran aktif, diskusi menjadi lebih kaya secara konseptual dan argumentatif. Beragam perspektif yang muncul memperluas ruang eksplorasi strategi dan meningkatkan ketepatan penalaran matematis (Putri et al., 2025).

Perubahan peran juga mendukung terbentuknya tanggung jawab kolektif terhadap pemecahan masalah. Siswa tidak lagi bergantung pada satu sumber otoritas, melainkan bersama-sama membangun solusi melalui dialog. Kondisi ini memperkuat pemahaman konseptual dan meningkatkan kualitas justifikasi yang dihasilkan (Hadi et al., 2025).

Selain itu, perubahan peran berkontribusi terhadap pengembangan keterampilan komunikasi matematis. Siswa belajar menyesuaikan cara berbicara sesuai dengan peran yang dijalankan, baik sebagai penanya, penjelas, maupun evaluator argumen. Keterampilan ini menjadi modal penting dalam pembelajaran matematika yang berorientasi pada pemahaman (Sihlangu et al., 2025). Dengan demikian, perubahan peran siswa bukan sekadar fenomena interaksional, melainkan komponen esensial dalam pemecahan masalah matematika yang bermakna dan berkelanjutan.

3. Relasi Sosial dan Epistemik dalam Diskusi Kelompok

a. Relasi Sosial sebagai Fondasi Interaksi dalam Diskusi Matematis

Relasi sosial dalam diskusi kelompok matematika berfungsi sebagai fondasi utama yang memungkinkan terjadinya interaksi bermakna dalam proses pemecahan masalah. Relasi ini mencakup pola komunikasi, sikap saling menghargai, serta norma interaksi yang mengatur bagaimana peserta terlibat dalam diskusi. Dalam konteks pembelajaran matematika, relasi sosial yang kondusif menciptakan rasa aman bagi peserta untuk mengemukakan ide, mengajukan pertanyaan, dan menyampaikan ketidakpahaman tanpa rasa takut akan penilaian negatif. Kondisi tersebut sangat penting karena diskusi matematis menuntut keterbukaan terhadap kesalahan sebagai bagian dari proses pembentukan pemahaman. Perspektif diskursif memandang bahwa kualitas relasi sosial secara langsung memengaruhi intensitas dan kedalaman partisipasi dalam diskusi, karena interaksi yang suportif mendorong keterlibatan kognitif yang lebih aktif (Jarry-Shore & Richardson, 2025).

Relasi sosial juga membentuk struktur partisipasi yang menentukan distribusi kesempatan berbicara dalam diskusi kelompok. Ketika relasi antarpeserta bersifat setara dan inklusif, kontribusi ide tidak dimonopoli oleh individu tertentu, melainkan tersebar secara lebih merata. Struktur ini memungkinkan munculnya beragam sudut pandang yang memperkaya proses pemecahan masalah. Sebaliknya, relasi sosial yang hierarkis cenderung membatasi kontribusi peserta tertentu dan menghambat eksplorasi ide alternatif. Dalam pembelajaran matematika, struktur relasi sosial yang inklusif dipandang sebagai prasyarat penting bagi diskusi yang produktif dan berorientasi pada pemahaman konseptual (Mendez & van Es, 2025).

Selain itu, relasi sosial berperan dalam membangun rasa kebersamaan dan tanggung jawab kolektif terhadap penyelesaian masalah. Ketika peserta merasa menjadi bagian dari komunitas diskusi, proses pemecahan masalah tidak lagi dipandang sebagai tugas individual, melainkan sebagai upaya bersama. Rasa kebersamaan ini mendorong peserta untuk saling membantu, memberikan klarifikasi, dan mengembangkan ide secara kolaboratif. Diskusi matematika dengan dasar relasi sosial yang kuat memungkinkan terjadinya pertukaran gagasan yang lebih mendalam dan reflektif, sehingga makna matematis dapat dibangun secara kolektif (Gustafsson, 2024).

Dengan demikian, relasi sosial bukan sekadar konteks pendukung, melainkan elemen aktif yang membentuk kualitas diskusi matematis. Relasi sosial yang sehat menciptakan kondisi dialogis yang memungkinkan interaksi epistemik berkembang secara optimal, sehingga diskusi kelompok menjadi wahana penting bagi pembentukan pemahaman matematis yang bermakna dan berkelanjutan.

b. Relasi Epistemik dan Distribusi Otoritas Pengetahuan

Relasi epistemik dalam diskusi kelompok matematika berkaitan dengan cara pengetahuan diakui, dipertukarkan, dan dilegitimasi melalui interaksi diskursif. Relasi ini menentukan siapa yang dianggap memiliki otoritas epistemik dalam diskusi dan bagaimana otoritas tersebut dapat berubah seiring berlangsungnya proses pemecahan masalah. Dalam perspektif commognitive, otoritas epistemik tidak bersifat tetap, melainkan dinegosiasikan melalui kesesuaian kontribusi dengan aturan, definisi, dan norma matematika yang berlaku. Pengetahuan memperoleh legitimasi bukan karena status individu, tetapi karena kekuatan justifikasi diskursif yang disampaikan (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Distribusi otoritas epistemik memengaruhi dinamika diskusi dan kualitas penalaran matematis yang dihasilkan. Ketika otoritas tersebar secara dinamis, peserta didorong untuk mengajukan ide, mempertanyakan asumsi, dan menguji strategi secara kolektif. Kondisi ini memperluas ruang eksplorasi dan mendorong diskusi yang bersifat dialogis. Sebaliknya, ketika otoritas terpusat pada satu individu, diskusi cenderung bersifat satu arah dan membatasi peluang terjadinya negosiasi makna. Oleh karena itu, relasi epistemik yang seimbang dipandang sebagai faktor penting dalam menjaga kualitas diskusi kelompok matematika (Lu et al., 2023).

Relasi epistemik juga berkaitan dengan kemampuan peserta untuk mengaitkan ide dengan dasar konseptual matematika. Peserta yang mampu merujuk pada definisi, representasi, atau prinsip matematis sering memperoleh pengakuan epistemik yang lebih besar. Namun, pengakuan ini bersifat sementara dan dapat berubah ketika ide lain yang lebih kuat secara konseptual diajukan. Dinamika ini menunjukkan bahwa relasi epistemik bersifat cair dan terbuka terhadap perubahan melalui dialog (Weingarden & Heyd-Metzuyanim, 2023).

Dengan demikian, relasi epistemik mencerminkan mekanisme legitimasi pengetahuan dalam diskusi kelompok. Pemahaman terhadap relasi ini membantu menjelaskan bagaimana pengetahuan matematika dibangun secara kolektif melalui interaksi diskursif yang berorientasi pada justifikasi dan makna.

c. Interaksi Relasi Sosial dan Epistemik dalam Pembentukan Peran

Relasi sosial dan relasi epistemik dalam diskusi kelompok matematika tidak bekerja secara terpisah, melainkan saling berinteraksi dalam membentuk dinamika peran peserta. Relasi sosial yang suportif menciptakan ruang aman bagi peserta untuk mengambil risiko epistemik, seperti mengemukakan ide baru atau menantang argumen yang telah ada. Dalam kondisi ini, relasi epistemik dapat berkembang secara lebih seimbang karena otoritas pengetahuan tidak semata-mata ditentukan oleh dominasi sosial, melainkan oleh kualitas kontribusi matematis (Muslim et al., 2024).

Interaksi antara kedua relasi tersebut tampak jelas dalam cara kontribusi diterima dan direspons oleh kelompok. Argumen yang disampaikan dengan sikap dialogis dan bahasa yang jelas cenderung memperoleh legitimasi epistemik yang lebih kuat. Sebaliknya, kontribusi yang disampaikan tanpa mempertimbangkan norma sosial diskusi dapat kehilangan pengaruh, meskipun secara matematis valid. Hal ini menunjukkan bahwa legitimasi epistemik tidak hanya bergantung pada isi matematis, tetapi juga pada cara kontribusi tersebut diposisikan secara sosial (Sihlangu et al., 2025).

Relasi sosial juga berfungsi sebagai mediator ketika terjadi konflik epistemik dalam diskusi. Perbedaan interpretasi atau strategi pemecahan masalah dapat memicu ketegangan, namun dalam relasi sosial yang sehat, konflik tersebut dapat dikelola melalui dialog yang konstruktif. Proses ini memungkinkan konflik epistemik menjadi sumber pembelajaran yang memperkaya pemahaman, bukan hambatan dalam diskusi. Melalui mekanisme ini, peran peserta dapat berubah secara dinamis seiring dengan berkembangnya diskursus (Zhang et al., 2022).

Dengan demikian, interaksi relasi sosial dan epistemik membentuk ekosistem diskusi yang kompleks. Keduanya bersama-sama menentukan bagaimana peran peserta berkembang dan bagaimana makna matematis dikonstruksi secara kolektif dalam diskusi kelompok.

d. Implikasi Relasi Sosial dan Epistemik terhadap Dinamika Diskusi Kelompok

Pemahaman terhadap relasi sosial dan epistemik memiliki implikasi penting bagi dinamika diskusi kelompok dalam pemecahan masalah matematika. Diskusi yang memperhatikan kedua relasi ini cenderung lebih adaptif, karena mampu menyeimbangkan kebutuhan akan interaksi sosial yang inklusif dengan tuntutan justifikasi epistemik yang ketat. Dengan membangun relasi sosial yang mendukung, diskusi membuka ruang bagi partisipasi yang lebih luas dan memungkinkan kontribusi yang beragam muncul secara alami (Mendez & van Es, 2025).

Relasi epistemik yang seimbang juga meningkatkan kualitas penalaran matematis dalam diskusi. Ketika otoritas pengetahuan dinegosiasikan melalui dialog, peserta terdorong untuk menyampaikan argumen yang lebih reflektif dan berbasis konsep. Proses ini memperdalam diskusi dan membantu kelompok mencapai pemahaman yang lebih stabil dan bermakna. Diskusi tidak hanya berfokus pada hasil akhir, tetapi juga pada proses penalaran yang melandasinya (Hadi et al., 2025).

Selain itu, perhatian terhadap relasi sosial dan epistemik membantu mengidentifikasi potensi ketimpangan dalam diskusi kelompok. Dengan menyadari bagaimana relasi tersebut memengaruhi partisipasi dan legitimasi ide, diskusi dapat diarahkan untuk mendorong perubahan peran yang lebih adil dan produktif. Kesadaran ini mendukung terciptanya lingkungan diskusi yang menghargai kontribusi setiap peserta (Jarry-Shore & Richardson, 2025).

Dengan demikian, relasi sosial dan epistemik merupakan komponen kunci dalam dinamika diskusi kelompok matematika. Keduanya menentukan bagaimana interaksi berlangsung, bagaimana peran dan posisi berubah, serta bagaimana makna matematis dibangun secara kolektif dan berkelanjutan.

4. Konflik Diskursif sebagai Pemicu Pendalaman Pemahaman

a. Hakikat Konflik Diskursif dalam Diskusi Pemecahan Masalah

Konflik diskursif dalam diskusi pemecahan masalah matematika merupakan fenomena yang tidak terpisahkan dari proses pembentukan pemahaman konseptual. Konflik ini muncul ketika terdapat perbedaan interpretasi, strategi, atau cara merepresentasikan suatu ide matematis di antara peserta diskusi. Dalam perspektif diskursif, konflik tidak dipahami sebagai gangguan terhadap pembelajaran, melainkan sebagai sinyal adanya ketidaksesuaian makna yang memerlukan klarifikasi dan negosiasi lebih lanjut. Konflik diskursif mendorong peserta untuk mengartikulasikan pemikiran secara lebih eksplisit, sehingga asumsi yang sebelumnya implisit menjadi terlihat dan dapat dievaluasi secara kolektif (Barnett, 2022). Dengan demikian, konflik berfungsi sebagai mekanisme yang membuka ruang refleksi dan pendalaman pemahaman.

Hakikat konflik diskursif terletak pada perbedaan cara berbicara tentang objek matematis. Perbedaan ini dapat berkaitan dengan penggunaan istilah, pemilihan representasi, atau penalaran yang digunakan untuk menjelaskan suatu hubungan matematis. Perspektif commognitive menekankan bahwa perubahan pemahaman sering kali diawali oleh konflik dalam diskursus, karena konflik memaksa peserta untuk merevisi atau menegaskan kembali cara berpikirnya agar selaras dengan norma matematis yang berlaku (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025). Konflik, dalam hal ini, menjadi pemicu transformasi diskursif.

Selain itu, konflik diskursif mencerminkan keberagaman perspektif dalam diskusi kelompok. Keberagaman ini merupakan sumber daya epistemik yang penting, karena memungkinkan ide-ide matematis dipandang dari berbagai sudut. Tanpa konflik, diskusi cenderung bersifat dangkal dan hanya mereproduksi pemahaman yang sudah ada. Oleh karena itu, konflik diskursif menjadi indikator bahwa diskusi telah mencapai tingkat kedalaman tertentu (Zhang et al., 2022).

Dengan demikian, konflik diskursif memiliki hakikat konstruktif dalam diskusi pemecahan masalah matematika. Konflik tidak menandakan kegagalan komunikasi, melainkan peluang untuk memperdalam pemahaman melalui dialog dan klarifikasi konseptual.

b. Bentuk-Bentuk Konflik Diskursif dalam Diskusi Matematis

Konflik diskursif dalam diskusi matematis dapat muncul dalam berbagai bentuk, tergantung pada aspek diskursus yang terlibat. Salah satu bentuk yang umum adalah konflik interpretatif, yaitu perbedaan cara memahami pernyataan masalah atau makna suatu konsep. Konflik ini sering muncul pada tahap awal diskusi, ketika peserta mencoba menafsirkan informasi yang diberikan dan mengaitkannya dengan pengetahuan yang dimiliki. Konflik interpretatif mendorong peserta untuk memperjelas pemahaman melalui dialog, sehingga makna masalah menjadi lebih terstruktur (Lu et al., 2023).

Bentuk lain dari konflik diskursif adalah konflik strategis, yang berkaitan dengan perbedaan pendekatan atau prosedur dalam menyelesaikan masalah. Dalam konflik ini, peserta mengajukan strategi yang berbeda dan saling membandingkan keefektifan serta kesesuaiannya dengan konteks masalah. Konflik strategis membuka ruang bagi evaluasi kritis terhadap berbagai alternatif penyelesaian dan memperkaya repertoar strategi matematis peserta (Sihlangu et al., 2025).

Konflik diskursif juga dapat muncul dalam bentuk konflik representasional, yaitu perbedaan penggunaan atau interpretasi representasi matematis seperti diagram, simbol, atau notasi. Perbedaan ini memaksa peserta untuk mengaitkan representasi dengan konsep yang diwakilinya, sehingga hubungan antara representasi dan makna menjadi lebih jelas. Konflik representasional sering kali berkontribusi pada pendalaman pemahaman konseptual (Baccaglini-Frank et al., 2025).

Dengan demikian, berbagai bentuk konflik diskursif menunjukkan bahwa konflik dapat muncul pada berbagai level diskursus matematis. Setiap bentuk konflik menyediakan peluang yang berbeda untuk pendalaman pemahaman melalui dialog yang terarah dan reflektif.

c. Mekanisme Konflik Diskursif dalam Memperdalam Pemahaman

Konflik diskursif memperdalam pemahaman melalui mekanisme dialogis yang melibatkan klarifikasi, justifikasi, dan refleksi. Ketika konflik muncul, peserta diskusi terdorong untuk menjelaskan alasan di balik pemikirannya secara lebih rinci. Proses ini mengubah pemahaman yang semula bersifat intuitif menjadi lebih eksplisit dan terstruktur. Perspektif commognitive memandang mekanisme ini sebagai proses restrukturisasi diskursus, di mana cara berbicara tentang matematika mengalami penyesuaian agar lebih konsisten dengan norma matematis (Weingarden & Heyd-Metzuyanim, 2023).

Mekanisme lain yang penting adalah evaluasi kolektif terhadap argumen yang diajukan. Dalam situasi konflik, peserta diskusi tidak hanya mempertahankan pandangannya, tetapi juga menilai kekuatan dan kelemahan argumen lain. Evaluasi ini mendorong penggunaan justifikasi matematis yang lebih kuat dan mengurangi ketergantungan pada intuisi semata. Proses evaluatif ini berkontribusi pada pendalaman pemahaman dan peningkatan kualitas penalaran (Hadi et al., 2025).

Konflik diskursif juga memicu refleksi metakognitif. Peserta diskusi menjadi lebih sadar akan cara berpikirnya sendiri dan bagaimana pemikirannya dibandingkan dengan pemikiran orang lain. Kesadaran ini memungkinkan peserta merevisi pemahaman yang kurang tepat dan mengadopsi cara berpikir yang lebih efektif. Refleksi metakognitif merupakan komponen penting dalam pembelajaran matematika yang bermakna (Gustafsson, 2024).

Dengan demikian, mekanisme konflik diskursif bekerja melalui dialog, evaluasi, dan refleksi. Ketiga mekanisme ini saling terkait dan bersama-sama mendorong pendalaman pemahaman matematis dalam diskusi pemecahan masalah.

d. Implikasi Konflik Diskursif terhadap Kualitas Diskusi Pemecahan Masalah

Pemahaman terhadap konflik diskursif sebagai pemicu pendalaman pemahaman memiliki implikasi penting terhadap kualitas diskusi pemecahan masalah matematika. Diskusi yang memberi ruang bagi konflik konstruktif cenderung menghasilkan pemahaman yang lebih mendalam dibandingkan diskusi yang menghindari perbedaan pandangan. Dengan memandang konflik sebagai sumber belajar, diskusi dapat diarahkan untuk mengeksplorasi ide secara lebih kritis dan reflektif (Putri et al., 2025).

Konflik diskursif juga berkontribusi terhadap pengembangan kemampuan argumentasi dan komunikasi matematis. Peserta diskusi belajar menyampaikan ide secara jelas, menanggapi argumen lain secara rasional, serta merevisi pandangan berdasarkan dialog. Keterampilan ini menjadi bagian penting dari kompetensi matematis yang berorientasi pada pemahaman konseptual (Sihlangu et al., 2025).

Selain itu, konflik diskursif mendukung dinamika perubahan peran dan posisi dalam diskusi. Peserta yang mampu mengelola konflik secara produktif sering memperoleh legitimasi epistemik yang lebih kuat, sehingga perannya dalam diskusi dapat berubah secara signifikan. Dinamika ini memperkaya interaksi dan memperkuat kualitas diskursus matematis (Muslim et al., 2024).

Dengan demikian, konflik diskursif merupakan komponen esensial dalam diskusi pemecahan masalah matematika. Konflik yang dikelola secara dialogis dan reflektif menjadi pemicu utama pendalaman pemahaman dan peningkatan kualitas diskusi secara keseluruhan.

5. Peran Guru dalam Mengelola Dinamika Diskusi Pemecahan Masalah

a. Guru sebagai Perancang Ruang Diskursif Matematis

Peran guru dalam diskusi pemecahan masalah matematika diawali dari kemampuannya merancang ruang diskursif yang memungkinkan pertukaran ide secara bermakna. Ruang diskursif ini tidak hanya bersifat fisik, tetapi juga mencakup norma komunikasi, ekspektasi interaksi, dan cara ide matematis dihargai dalam diskusi. Guru berperan menetapkan bahwa perbedaan pendapat merupakan bagian sah dari proses belajar, sehingga peserta didik terdorong untuk mengemukakan pemikiran tanpa rasa takut akan kesalahan. Perspektif diskursif menegaskan bahwa kualitas diskusi sangat dipengaruhi oleh bagaimana ruang komunikasi tersebut dikonstruksi sejak awal (Gustafsson, 2024).

Dalam merancang ruang diskursif, guru perlu memperhatikan keseimbangan antara keterbukaan dan struktur. Keterbukaan memungkinkan munculnya berbagai strategi dan interpretasi, sementara struktur membantu diskusi tetap berfokus pada tujuan matematis yang ingin dicapai. Guru dapat mengarahkan diskusi melalui pertanyaan pemantik yang bersifat eksploratif, bukan evaluatif, sehingga diskusi berkembang secara alami namun tetap terarah (Johnson & Ohtani, 2025). Pendekatan ini memperkuat peran diskusi sebagai wahana pembentukan pemahaman konseptual.

Selain itu, guru berperan menetapkan norma diskursif yang menekankan penggunaan bahasa matematis yang bermakna. Norma ini mencakup kejelasan istilah, konsistensi notasi, serta keterkaitan antara representasi dan konsep. Dengan norma yang jelas, diskusi tidak hanya menjadi ajang berbagi jawaban, tetapi juga sarana untuk membangun makna matematis secara kolektif (Sihlangu et al., 2025).

Dengan demikian, guru sebagai perancang ruang diskursif memiliki peran strategis dalam menentukan kualitas dinamika diskusi. Ruang diskursif yang dirancang secara sadar memungkinkan diskusi pemecahan masalah berkembang sebagai proses belajar yang reflektif dan bermakna.

b. Guru sebagai Fasilitator Interaksi dan Negosiasi Makna

Dalam diskusi pemecahan masalah, guru berperan sebagai fasilitator yang mengelola interaksi antar peserta didik agar berlangsung produktif. Fasilitasi tidak berarti mendominasi diskusi, melainkan menciptakan kondisi yang memungkinkan peserta didik saling menanggapi, mengajukan pertanyaan, dan menegosiasikan makna secara aktif. Guru perlu peka terhadap alur diskusi dan mampu mengintervensi secara tepat ketika diskusi mulai stagnan atau menyimpang dari tujuan matematis (Liu & Cao, 2025).

Sebagai fasilitator, guru juga berperan menjaga keseimbangan partisipasi dalam diskusi. Dalam kelompok, sering kali terdapat peserta yang lebih dominan dan peserta yang cenderung pasif. Guru perlu mengelola dinamika ini agar setiap suara memiliki kesempatan untuk berkontribusi. Dengan mendorong partisipasi yang lebih merata, diskusi menjadi lebih kaya dan mencerminkan keberagaman cara berpikir matematis (Jarry-Shore & Richardson, 2025).

Fasilitasi negosiasi makna juga menuntut guru untuk mengelola konflik diskursif secara konstruktif. Ketika terjadi perbedaan pandangan, guru dapat membantu peserta didik mengartikulasikan argumen dengan lebih jelas dan mengaitkannya dengan konsep matematis yang relevan. Intervensi semacam ini memperkuat kualitas argumentasi dan mendorong pendalaman pemahaman (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dengan demikian, peran guru sebagai fasilitator menempatkannya sebagai pengelola interaksi yang memastikan diskusi berkembang melalui dialog, bukan sekadar pertukaran jawaban. Fasilitasi yang efektif menjadikan diskusi sebagai proses kolektif dalam membangun makna matematis.

c. Guru sebagai Penjaga Fokus Epistemik Diskusi

Selain memfasilitasi interaksi, guru berperan penting sebagai penjaga fokus epistemik dalam diskusi pemecahan masalah. Fokus epistemik berkaitan dengan orientasi diskusi terhadap pemahaman konsep dan justifikasi matematis, bukan sekadar pencapaian jawaban akhir. Guru perlu memastikan bahwa diskusi tetap berlandaskan pada alasan matematis yang dapat dipertanggungjawabkan, sehingga diskusi tidak tereduksi menjadi aktivitas prosedural semata (Hadi et al., 2025).

Penjagaan fokus epistemik dilakukan melalui pertanyaan reflektif yang mendorong peserta didik menjelaskan alasan di balik strategi yang digunakan. Pertanyaan seperti "mengapa pendekatan ini bekerja" atau "bagaimana hubungan strategi ini dengan konsep yang telah dipelajari" membantu peserta didik mengaitkan prosedur dengan pemahaman konseptual. Dengan demikian, diskusi berfungsi sebagai sarana eksplorasi makna, bukan hanya verifikasi hasil (Putri et al., 2025).

Guru juga perlu mengelola transisi antar ide dalam diskusi agar tetap koheren secara epistemik. Ketika diskusi melibatkan berbagai strategi, guru dapat membantu peserta didik melihat keterkaitan antar pendekatan tersebut. Tindakan ini memperkuat pemahaman tentang struktur konsep dan menunjukkan bahwa matematika bersifat terintegrasi (Zhang et al., 2022).

Dengan menjaga fokus epistemik, guru memastikan bahwa dinamika diskusi berkontribusi pada pembentukan pemahaman yang mendalam. Peran ini menegaskan posisi guru sebagai penjaga kualitas intelektual diskusi pemecahan masalah matematika.

d. Guru sebagai Mediator Perubahan Peran dan Otoritas Epistemik

Dalam dinamika diskusi pemecahan masalah, guru berperan sebagai mediator perubahan peran dan otoritas epistemik peserta didik. Diskusi yang produktif sering kali ditandai oleh pergeseran peran, di mana peserta didik dapat berganti posisi sebagai pengusul ide, penanya, atau evaluator argumen. Guru perlu mengelola pergeseran ini agar berlangsung secara konstruktif dan mendukung pembelajaran kolektif (Muslim et al., 2024).

Sebagai mediator, guru membantu memastikan bahwa legitimasi epistemik didasarkan pada kualitas argumentasi, bukan pada status sosial atau kepercayaan diri semata. Dengan menekankan bahwa ide dinilai berdasarkan alasan matematisnya, guru mendorong budaya diskusi yang adil dan berbasis penalaran. Pendekatan ini memperkuat nilai epistemik diskusi dan mendukung pengembangan identitas matematis peserta didik (Edwards, 2025).

Guru juga berperan mengelola ketegangan yang muncul akibat perubahan peran. Ketika peserta didik menghadapi tantangan terhadap pemikirannya, guru dapat membantu menjaga suasana diskusi tetap konstruktif. Mediasi ini penting agar konflik diskursif tidak berkembang menjadi konflik personal, melainkan tetap berfungsi sebagai pemicu pendalaman pemahaman (Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dengan demikian, peran guru sebagai mediator perubahan peran menegaskan bahwa dinamika diskusi pemecahan masalah memerlukan pengelolaan yang sadar dan reflektif. Guru tidak hanya mengarahkan isi diskusi, tetapi juga mengelola struktur sosial dan epistemik yang menopang pembelajaran matematika yang bermakna.

6. Perubahan Peran sebagai Indikator Perkembangan Pemahaman Matematis

a. Perubahan Peran sebagai Manifestasi Transformasi Kognitif

Perubahan peran dalam diskusi pemecahan masalah matematika dapat dipahami sebagai manifestasi dari transformasi kognitif yang dialami peserta didik. Ketika pemahaman matematis berkembang, cara peserta didik memposisikan diri dalam diskusi turut berubah. Peserta didik yang pada awalnya berperan sebagai pendengar pasif dapat bertransformasi menjadi pengusul ide atau penanya kritis ketika mulai memahami struktur masalah dan hubungan antar konsep. Perubahan ini mencerminkan pergeseran cara berpikir dari sekadar menerima informasi menuju keterlibatan aktif dalam pembentukan makna matematis (Hadi et al., 2025).

Transformasi kognitif tersebut berkaitan erat dengan kemampuan peserta didik menginternalisasi norma diskursif matematika. Ketika peserta didik mulai menggunakan istilah matematis secara tepat dan mengaitkannya dengan representasi yang relevan, perannya dalam diskusi menjadi lebih sentral. Peran sebagai pemberi justifikasi atau evaluator argumen menunjukkan bahwa peserta didik telah melampaui pemahaman prosedural dan mulai menguasai dimensi konseptual matematika (Sihlangu et al., 2025).

Selain itu, perubahan peran juga menandakan berkembangnya kesadaran metakognitif. Peserta didik yang mampu merefleksikan strategi yang digunakan dan membandingkannya dengan strategi lain cenderung mengambil peran sebagai pengarah diskusi. Kesadaran ini menunjukkan bahwa pemahaman matematis tidak hanya bersifat internal, tetapi juga diekspresikan melalui tindakan diskursif yang terlihat dalam interaksi sosial (Gustafsson, 2024).

Dengan demikian, perubahan peran bukan sekadar fenomena sosial, melainkan indikator penting dari perkembangan pemahaman matematis. Peran yang diambil peserta didik merefleksikan tingkat kedalaman pemahaman dan kemampuannya berpartisipasi dalam diskursus matematis yang bermakna (Barnett, 2022).

b. Keterkaitan Perubahan Peran dengan Kualitas Penalaran Matematis

Perubahan peran dalam diskusi pemecahan masalah memiliki keterkaitan erat dengan kualitas penalaran matematis yang ditunjukkan peserta didik. Ketika penalaran berkembang, peserta didik cenderung mengambil peran yang menuntut tanggung jawab epistemik lebih tinggi, seperti memberikan argumen, menguji keabsahan solusi, atau menghubungkan berbagai pendekatan penyelesaian. Peran-peran ini menuntut kemampuan bernalar secara logis dan konsisten, sehingga kehadirannya menjadi indikator kualitas pemahaman matematis (Putri et al., 2025).

Kualitas penalaran matematis tercermin dari cara peserta didik membangun dan mempertahankan argumen dalam diskusi. Peserta didik yang mampu menjelaskan alasan di balik langkah-langkah penyelesaian menunjukkan bahwa pemahamannya tidak bersifat mekanis. Peran sebagai pembela argumen atau penilai solusi orang lain menandakan bahwa peserta didik telah menguasai norma justifikasi matematis yang diakui secara kolektif (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Selain itu, perubahan peran juga berkaitan dengan kemampuan peserta didik mengintegrasikan berbagai representasi matematis. Peserta didik yang dapat mengaitkan simbol, diagram, dan penjelasan verbal sering kali mengambil peran sebagai penghubung ide dalam diskusi. Peran ini menunjukkan tingkat penalaran yang lebih tinggi, karena menuntut pemahaman hubungan antar representasi dan konsep (Baccaglini-Frank et al., 2025).

Dengan demikian, perubahan peran berfungsi sebagai cerminan kualitas penalaran matematis. Semakin kompleks dan reflektif peran yang diambil peserta didik, semakin tinggi tingkat pemahaman matematis yang telah dicapai dalam proses diskusi pemecahan masalah.

c. Perubahan Peran dalam Perspektif Sosial dan Epistemik

Dalam perspektif sosial dan epistemik, perubahan peran dalam diskusi pemecahan masalah mencerminkan dinamika hubungan antar peserta didik serta perkembangan pemahaman kolektif. Diskusi matematika tidak hanya melibatkan individu, tetapi juga struktur sosial yang menentukan siapa yang berhak mengemukakan ide dan bagaimana ide tersebut diterima. Ketika pemahaman matematis berkembang, struktur ini menjadi lebih cair, memungkinkan peserta didik berpindah peran berdasarkan kontribusi epistemiknya (Muslim et al., 2024).

Perubahan peran menunjukkan adanya redistribusi otoritas epistemik dalam diskusi. Peserta didik yang mampu menyajikan argumen kuat dan relevan cenderung memperoleh legitimasi dari kelompok, terlepas dari posisi awalnya. Redistribusi ini mencerminkan perkembangan pemahaman matematis yang diakui secara sosial, bukan hanya secara individual (Edwards, 2025).

Selain itu, perubahan peran memperlihatkan bagaimana pemahaman matematis dibangun melalui interaksi sosial. Ketika peserta didik saling menanggapi dan merevisi ide, peran mereka dalam diskusi menjadi dinamis. Dinamika ini menegaskan bahwa pemahaman matematis bersifat hasil negosiasi makna yang berlangsung dalam konteks sosial tertentu (Zhang et al., 2021).

Dengan demikian, perubahan peran dalam perspektif sosial dan epistemik menjadi indikator penting perkembangan pemahaman matematis. Perubahan tersebut mencerminkan pengakuan kolektif terhadap kompetensi matematis yang berkembang melalui diskusi.

d. Implikasi Perubahan Peran terhadap Pembelajaran Matematika Bermakna

Memahami perubahan peran sebagai indikator perkembangan pemahaman matematis memiliki implikasi penting terhadap pembelajaran matematika yang bermakna. Pembelajaran yang memberi ruang bagi perubahan peran memungkinkan peserta didik berkembang secara bertahap dari penerima informasi menjadi pelaku aktif dalam konstruksi pengetahuan. Dinamika ini memperkuat pembelajaran sebagai proses partisipatif, bukan transmisi pengetahuan satu arah (Johnson & Ohtani, 2025).

Implikasi lainnya adalah perlunya memandang partisipasi dalam diskusi sebagai bagian dari tujuan pembelajaran matematika. Ketika perubahan peran dihargai, pembelajaran tidak hanya menilai hasil akhir, tetapi juga proses berpikir dan kontribusi diskursif peserta didik. Pendekatan ini sejalan dengan pandangan bahwa pemahaman matematis berkembang melalui interaksi dan refleksi kolektif (Gao et al., 2025).

Selain itu, perubahan peran memberikan dasar bagi pengembangan lingkungan belajar yang inklusif. Peserta didik dengan latar belakang dan kemampuan yang beragam memiliki kesempatan untuk menunjukkan pemahamannya melalui berbagai peran dalam diskusi. Lingkungan semacam ini mendukung pembelajaran yang adil dan berorientasi pada pengembangan pemahaman konseptual (Sweeney & Reid O'Connor, 2025).

Dengan demikian, perubahan peran sebagai indikator perkembangan pemahaman matematis menegaskan bahwa diskusi pemecahan masalah memiliki nilai pedagogis yang mendalam. Perubahan tersebut mencerminkan pertumbuhan pemahaman yang bersifat kognitif, sosial, dan epistemik secara terpadu.

BAB V. PRINSIP IMPLEMENTASI DISKUSI PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA BERBASIS TAHAPAN POLYA DALAM PERSPEKTIF COMMOGNITIVE

1. Prinsip Perancangan Diskusi Pemecahan Masalah Matematika

a. Prinsip Kesesuaian Masalah dengan Tahapan Berpikir Matematis

Perancangan diskusi pemecahan masalah matematika perlu diawali dengan prinsip kesesuaian antara karakteristik masalah dan tahapan berpikir matematis yang diharapkan berkembang. Dalam kerangka Polya, masalah harus memungkinkan peserta didik melalui proses memahami masalah, merencanakan penyelesaian, melaksanakan rencana, dan melakukan refleksi secara bermakna. Masalah yang terlalu prosedural cenderung memutus proses berpikir pada tahap pelaksanaan, sehingga menghambat diskursus konseptual. Oleh karena itu, perancangan masalah harus mempertimbangkan potensi diskursifnya dalam memunculkan interpretasi, strategi, dan justifikasi yang beragam (Berman et al., 2024).

Kesesuaian ini juga berkaitan dengan cara masalah memicu aktivitas diskursif. Masalah yang baik tidak hanya menuntut jawaban benar, tetapi mendorong peserta didik menjelaskan alasan, menguji asumsi, dan membandingkan pendekatan. Dalam perspektif commognitive, masalah semacam ini membuka ruang bagi transformasi diskursus, karena peserta didik perlu menyesuaikan cara berbicara dan berpikir agar selaras dengan norma matematis yang berlaku (Barnett, 2022). Dengan demikian, kesesuaian masalah menjadi fondasi bagi diskusi yang bermakna.

Selain itu, prinsip kesesuaian menuntut perhatian terhadap tingkat kompleksitas kognitif. Masalah harus cukup menantang untuk memicu konflik diskursif, namun tetap berada dalam jangkauan perkembangan pemahaman peserta didik. Keseimbangan ini memungkinkan diskusi berkembang tanpa kehilangan fokus epistemik (Hadi et al., 2025).

Dengan demikian, kesesuaian masalah dengan tahapan berpikir matematis menjadi prinsip dasar dalam perancangan diskusi. Prinsip ini memastikan bahwa diskusi berfungsi sebagai sarana pengembangan pemahaman, bukan sekadar verifikasi hasil.

b. Prinsip Pengelolaan Bahasa dan Representasi Matematis

Perancangan diskusi pemecahan masalah matematika dalam perspektif commognitive menuntut perhatian khusus terhadap bahasa dan representasi matematis yang digunakan. Bahasa tidak hanya berfungsi sebagai alat komunikasi, tetapi juga sebagai sarana pembentukan dan transformasi pemahaman. Oleh karena itu, diskusi perlu dirancang agar mendorong penggunaan istilah matematis secara bermakna dan konsisten. Penggunaan istilah yang tepat membantu peserta didik membangun hubungan yang jelas antara konsep dan representasinya (Sihlangu et al., 2025).

Representasi matematis, seperti simbol, diagram, dan model visual, juga memegang peran penting dalam diskusi. Perancangan diskusi perlu memberi ruang bagi peserta didik untuk menghubungkan berbagai representasi tersebut dan mendiskusikan maknanya. Ketika peserta didik diminta menjelaskan hubungan antara representasi dan konsep, diskusi menjadi sarana pemaknaan yang lebih dalam (Baccaglini-Frank et al., 2025). Hal ini sejalan dengan pandangan bahwa pemahaman matematis berkembang melalui koordinasi berbagai bentuk representasi.

Selain itu, pengelolaan bahasa dalam diskusi perlu memperhatikan pergeseran dari bahasa informal ke bahasa matematis formal. Diskusi yang dirancang secara bertahap memungkinkan peserta didik melakukan transisi ini tanpa kehilangan makna. Guru dapat memfasilitasi proses tersebut dengan menyoroti perbedaan istilah dan mengaitkannya dengan konteks masalah (Hwang, 2025).

Dengan demikian, prinsip pengelolaan bahasa dan representasi menegaskan bahwa diskusi pemecahan masalah harus dirancang sebagai ruang pembelajaran linguistik dan konseptual secara simultan. Bahasa dan representasi menjadi medium utama dalam pembentukan pemahaman matematis yang bermakna.

c. Prinsip Dinamika Interaksi dan Negosiasi Makna

Diskusi pemecahan masalah matematika perlu dirancang berdasarkan prinsip dinamika interaksi dan negosiasi makna. Diskusi yang efektif tidak bersifat linear, melainkan berkembang melalui pertukaran ide, pertanyaan, dan klarifikasi yang berkelanjutan. Oleh karena itu, perancangan diskusi harus membuka ruang bagi partisipasi aktif dan dialog antar peserta didik. Interaksi semacam ini memungkinkan munculnya berbagai perspektif yang memperkaya pemahaman kolektif (Felmer, 2023).

Negosiasi makna merupakan inti dari diskusi matematis dalam perspektif commognitive. Ketika peserta didik memiliki interpretasi atau strategi yang berbeda, diskusi menjadi arena untuk menyelaraskan makna melalui argumen dan justifikasi. Perancangan diskusi perlu mengakomodasi kemungkinan terjadinya konflik diskursif, karena konflik tersebut sering kali menjadi pemicu pendalaman pemahaman (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025). Dengan demikian, diskusi dirancang bukan untuk menghindari perbedaan, melainkan untuk mengelolanya secara produktif.

Dinamika interaksi juga berkaitan dengan perubahan peran peserta didik. Diskusi yang dirancang secara terbuka memungkinkan peserta didik berganti peran sebagai pengusul ide, penanya, atau evaluator argumen. Perubahan peran ini mencerminkan perkembangan pemahaman matematis dan memperkaya struktur diskursus (Muslim et al., 2024).

Dengan demikian, prinsip dinamika interaksi dan negosiasi makna menegaskan bahwa diskusi pemecahan masalah harus dirancang sebagai proses sosial-epistemik yang hidup. Diskusi menjadi sarana pembentukan pemahaman melalui dialog yang reflektif dan kolaboratif.

d. Prinsip Refleksi dan Generalisasi dalam Diskusi Matematis

Prinsip refleksi dan generalisasi merupakan komponen penting dalam perancangan diskusi pemecahan masalah matematika berbasis tahapan Polya. Diskusi tidak berhenti pada penyelesaian masalah, tetapi perlu diarahkan untuk merefleksikan proses yang telah dilakukan dan mengekstraksi prinsip umum yang dapat diterapkan pada situasi lain. Refleksi membantu peserta didik menyadari hubungan antara strategi, konsep, dan hasil yang diperoleh (Weingarden & Heyd-Metzuyanim, 2023).

Dalam perspektif commognitive, refleksi dipahami sebagai proses revisi diskursus. Peserta didik meninjau kembali cara berbicara dan berpikirnya tentang masalah, kemudian menyesuaikannya agar lebih konsisten dengan norma matematis. Diskusi yang dirancang dengan ruang refleksi memungkinkan transformasi pemahaman yang lebih mendalam dan berkelanjutan (Heyd-Metzuyanim, 2025).

Generalisasi merupakan hasil dari refleksi yang terarah. Melalui diskusi, peserta didik dapat mengidentifikasi pola atau prinsip yang melampaui konteks masalah tertentu. Perancangan diskusi perlu mendorong peserta didik mengaitkan hasil diskusi dengan konsep yang lebih luas, sehingga pemahaman yang diperoleh tidak bersifat terisolasi (Hadi et al., 2025).

Dengan demikian, prinsip refleksi dan generalisasi menegaskan bahwa diskusi pemecahan masalah harus dirancang sebagai proses berpikir siklik. Diskusi berfungsi tidak hanya untuk menyelesaikan masalah, tetapi juga untuk membangun pemahaman matematis yang bersifat konseptual dan transferable.

2. Integrasi Tahapan Polya dalam Diskusi Kelas

a. Integrasi Tahap Memahami Masalah melalui Diskursus Interpretatif

Integrasi tahapan memahami masalah dalam diskusi kelas menempatkan aktivitas interpretasi sebagai fondasi utama pembelajaran matematika. Pada tahap ini, diskusi diarahkan untuk mengungkap bagaimana peserta didik memaknai informasi yang diberikan, mengidentifikasi apa yang diketahui dan ditanyakan, serta menafsirkan hubungan antar unsur masalah. Diskursus interpretatif menjadi sarana penting untuk mengeksternalisasi pemahaman awal yang sering kali bersifat intuitif dan belum terstruktur. Dengan mendorong peserta didik mengungkapkan interpretasinya secara verbal, diskusi berfungsi sebagai ruang klarifikasi makna sebelum melangkah ke tahap strategis (Berman et al., 2024).

Dalam perspektif commognitive, memahami masalah bukan sekadar aktivitas kognitif individual, melainkan proses diskursif yang melibatkan negosiasi makna. Perbedaan interpretasi yang muncul dalam diskusi memungkinkan peserta didik menyadari bahwa makna masalah tidak selalu tunggal dan perlu disepakati secara kolektif. Proses ini membantu peserta didik merevisi pemahaman awal yang kurang tepat melalui dialog dan pertukaran argumen (Barnett, 2022). Dengan demikian, diskusi berperan mengkonstruksi pemahaman masalah secara sosial.

Integrasi tahap ini juga menuntut perhatian terhadap penggunaan bahasa matematis dan representasi awal. Peserta didik didorong untuk mengaitkan istilah, simbol, atau diagram dengan konteks masalah. Diskusi yang menekankan hubungan antara bahasa dan makna membantu membangun landasan konseptual yang kuat untuk tahap selanjutnya (Sihlangu et al., 2025).

Dengan demikian, integrasi tahap memahami masalah melalui diskursus interpretatif memastikan bahwa diskusi kelas tidak terburu-buru menuju penyelesaian. Tahap ini memperkuat pemahaman awal sebagai prasyarat bagi berpikir matematis yang bermakna dan terarah.

b. Integrasi Tahap Merencanakan Penyelesaian melalui Diskursus Strategis

Tahap merencanakan penyelesaian terintegrasi dalam diskusi kelas melalui diskursus strategis yang menekankan eksplorasi berbagai pendekatan penyelesaian. Pada tahap ini, diskusi difokuskan pada pertanyaan tentang bagaimana masalah dapat diselesaikan, strategi apa yang relevan, dan alasan pemilihan strategi tertentu. Diskursus strategis membuka ruang bagi peserta didik untuk mengemukakan ide tanpa segera dinilai benar atau salah, sehingga mendorong kreativitas dan fleksibilitas berpikir (Johnson & Ohtani, 2025).

Dalam kerangka commognitive, perencanaan penyelesaian dipahami sebagai proses diskursif yang melibatkan penggunaan aturan, prosedur, dan konsep matematika secara eksplisit. Ketika peserta didik menjelaskan rencana penyelesaian, cara berbicara tentang strategi menjadi indikator pemahaman konseptual yang berkembang. Diskusi memungkinkan strategi dibandingkan dan dievaluasi secara kolektif, sehingga peserta didik belajar melihat kelebihan dan keterbatasan masing-masing pendekatan (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

Integrasi tahap ini juga berkontribusi pada perubahan peran dalam diskusi. Peserta didik yang mampu mengusulkan strategi dan menjelaskan rasionalitasnya sering mengambil peran sebagai pengarah diskusi, sementara peserta lain berperan sebagai penanya atau penilai. Dinamika ini memperkaya struktur diskursus dan memperkuat pemahaman kolektif (Muslim et al., 2024).

Dengan demikian, integrasi tahap merencanakan penyelesaian melalui diskursus strategis menegaskan bahwa diskusi kelas berfungsi sebagai arena eksplorasi ide. Diskusi membantu peserta didik membangun keterkaitan antara konsep dan strategi secara reflektif.

c. Integrasi Tahap Melaksanakan Rencana melalui Diskursus Operasional

Tahap melaksanakan rencana dalam diskusi kelas terintegrasi melalui diskursus operasional yang menekankan proses penerapan strategi secara sistematis. Diskusi pada tahap ini tidak hanya berfokus pada prosedur, tetapi juga pada alasan di balik setiap langkah yang diambil. Peserta didik didorong untuk menjelaskan bagaimana dan mengapa suatu langkah dilakukan, sehingga proses operasional menjadi sarana pembentukan pemahaman, bukan sekadar aktivitas mekanis (Putri et al., 2025).

Dalam perspektif commognitive, diskursus operasional mencerminkan penggunaan rutin matematis yang telah diinternalisasi. Ketika peserta didik mampu menjelaskan langkah-langkah penyelesaian dengan bahasa matematis yang tepat, hal tersebut menunjukkan bahwa pemahaman konseptual dan prosedural telah terintegrasi. Diskusi memungkinkan peserta didik saling memeriksa konsistensi langkah dan mengidentifikasi potensi kesalahan secara kolektif (Baccaglini-Frank et al., 2025).

Integrasi tahap ini juga membuka ruang bagi konflik diskursif yang bersifat produktif. Perbedaan cara melaksanakan rencana dapat memicu diskusi tentang efisiensi, keakuratan, atau kesesuaian prosedur dengan tujuan masalah. Konflik semacam ini mendorong peserta didik merefleksikan kembali strategi yang digunakan dan memperdalam pemahaman operasionalnya (Weingarden & Heyd-Metzuyanim, 2023).

Dengan demikian, integrasi tahap melaksanakan rencana melalui diskursus operasional menegaskan bahwa diskusi kelas berperan menjaga kualitas proses penyelesaian. Diskusi memastikan bahwa pelaksanaan strategi tetap berlandaskan pemahaman matematis yang bermakna.

d. Integrasi Tahap Melihat Kembali melalui Diskursus Reflektif dan Generalisasi

Tahap melihat kembali terintegrasi dalam diskusi kelas melalui diskursus reflektif yang mendorong evaluasi dan generalisasi. Diskusi pada tahap ini diarahkan untuk meninjau kembali proses dan hasil penyelesaian, mengidentifikasi kesesuaian antara strategi dan tujuan, serta mempertimbangkan alternatif pendekatan. Diskursus reflektif membantu peserta didik menyadari bahwa pemecahan masalah merupakan proses siklik yang dapat ditingkatkan melalui evaluasi berkelanjutan (Fabiani Marcatto, 2025).

Dalam kerangka commognitive, refleksi dipahami sebagai proses revisi diskursus. Peserta didik menilai kembali cara berbicara dan berpikirnya tentang masalah, kemudian menyesuaikannya agar lebih konsisten dengan norma matematis. Diskusi reflektif memungkinkan peserta didik mengartikulasikan apa yang telah dipelajari dan bagaimana pengetahuan tersebut dapat diterapkan pada konteks lain (Heyd-Metzuyanim, 2025).

Generalisasi menjadi hasil penting dari tahap melihat kembali. Melalui diskusi, peserta didik dapat mengekstraksi prinsip umum atau pola yang melampaui konteks masalah tertentu. Diskursus yang mendorong generalisasi memperkuat transfer pemahaman dan membantu peserta didik membangun struktur konseptual yang lebih luas (Hadi et al., 2025).

Dengan demikian, integrasi tahap melihat kembali melalui diskursus reflektif dan generalisasi menegaskan bahwa diskusi kelas tidak berhenti pada penyelesaian masalah. Diskusi berfungsi sebagai sarana pembentukan pemahaman matematis yang berkelanjutan dan transferable.

3. Penerapan Komponen Commognitive dalam Interaksi Matematis

a. Bahasa sebagai Fondasi Interaksi Matematis

Bahasa merupakan komponen fundamental dalam perspektif commognitive karena berfungsi sebagai medium utama pembentukan dan transformasi pemahaman matematis. Dalam interaksi matematis, bahasa tidak hanya digunakan untuk menyampaikan jawaban, tetapi juga untuk membangun, menegosiasikan, dan merevisi makna konsep. Penerapan bahasa matematis dalam diskusi kelas menuntut perhatian terhadap ketepatan istilah, konsistensi penggunaan simbol, serta kejelasan relasi antar konsep. Ketika peserta didik menggunakan bahasa secara reflektif, interaksi matematis berkembang dari sekadar pertukaran informasi menjadi proses konstruksi pengetahuan bersama (Sihlangu et al., 2025).

Bahasa dalam perspektif commognitive dipahami sebagai praktik sosial yang membentuk cara berpikir matematis. Cara peserta didik menyebut objek, menjelaskan hubungan, dan menyusun argumen mencerminkan struktur pemahamannya. Oleh karena itu, interaksi matematis perlu dirancang agar mendorong peserta didik mengartikulasikan pemikiran secara eksplisit. Proses artikulasi ini membantu mengungkap asumsi yang tersembunyi dan memungkinkan klarifikasi makna melalui dialog (Barnett, 2022). Dengan demikian, bahasa berperan sebagai jembatan antara pemahaman individual dan pemahaman kolektif.

Selain itu, penerapan bahasa matematis juga melibatkan transisi dari bahasa sehari-hari menuju bahasa formal. Interaksi yang sehat memungkinkan peserta didik menggunakan bahasa informal sebagai titik awal, kemudian secara bertahap memperhalusnya menjadi ekspresi matematis yang lebih presisi. Transisi ini penting agar makna tidak hilang dalam proses formalisasi (Hwang, 2025). Diskusi berfungsi sebagai ruang aman untuk melakukan transisi tersebut secara reflektif.

Dengan demikian, bahasa sebagai fondasi interaksi matematis menegaskan bahwa pembelajaran matematika tidak dapat dipisahkan dari praktik berbahasa. Kualitas interaksi matematis sangat ditentukan oleh bagaimana bahasa digunakan untuk membangun makna dan menstrukturkan penalaran.

b. Visual Mediator dalam Mengkoordinasikan Makna Matematis

Visual mediator merupakan komponen penting dalam interaksi matematis karena berfungsi menghubungkan bahasa dengan objek matematis yang dibahas. Diagram, grafik, simbol, dan representasi visual lainnya membantu peserta didik mengorganisasi informasi dan memahami hubungan antar konsep secara lebih konkret. Dalam perspektif commognitive, visual mediator tidak dipandang sebagai alat bantu semata, melainkan sebagai bagian integral dari diskursus matematis yang membentuk cara berpikir (Baccaglini-Frank et al., 2025).

Penerapan visual mediator dalam interaksi matematis memungkinkan peserta didik mengoordinasikan berbagai representasi secara simultan. Ketika peserta didik menjelaskan suatu konsep dengan mengacu pada diagram atau simbol, interaksi menjadi lebih kaya karena melibatkan lebih dari satu moda representasi. Proses koordinasi ini memperkuat pemahaman konseptual dan mengurangi ambiguitas makna yang mungkin muncul dalam penjelasan verbal semata (Lu et al., 2023).

Visual mediator juga berperan memfasilitasi diskusi tentang kesesuaian antara representasi dan konsep. Perbedaan interpretasi terhadap visual tertentu dapat memicu diskusi reflektif yang memperdalam pemahaman. Dalam situasi ini, visual mediator menjadi pemicu konflik diskursif yang produktif, karena peserta didik perlu menjelaskan dan mempertahankan cara memaknai representasi tersebut (Weingarden & Heyd-Metzuyanim, 2023).

Dengan demikian, penerapan visual mediator dalam interaksi matematis menegaskan bahwa pemahaman matematika dibangun melalui koordinasi bahasa dan representasi. Visual mediator memperkaya diskursus dan membantu peserta didik membangun makna matematis yang lebih stabil dan terintegrasi.

c. Routines sebagai Pola Praktik dalam Interaksi Matematis

Routines dalam perspektif commognitive merujuk pada pola aktivitas diskursif yang berulang dan bermakna dalam interaksi matematis. Routines mencakup cara peserta didik mengajukan pertanyaan, menyusun argumen, memeriksa solusi, dan menjustifikasi langkah-langkah penyelesaian. Penerapan routines yang konsisten membantu membentuk ekspektasi bersama tentang bagaimana matematika dibicarakan dan dipraktikkan dalam diskusi (Ben-Dor & Heyd-Metzuyanim, 2025).

alam interaksi matematis, routines berfungsi sebagai kerangka yang menstabilkan diskursus. Ketika peserta didik terbiasa dengan pola tertentu, seperti menjelaskan alasan sebelum menyatakan hasil, interaksi menjadi lebih terstruktur dan bermakna. Routines ini tidak membatasi kreativitas, tetapi justru menyediakan landasan bagi eksplorasi ide yang lebih kompleks (Felmer, 2023). Dengan adanya routines, peserta didik dapat fokus pada substansi matematis tanpa terganggu oleh ketidakpastian prosedural.

Routines juga berperan dalam perkembangan pemahaman matematis secara bertahap. Peserta didik yang awalnya mengikuti routines secara mekanis dapat berkembang menjadi pelaku aktif yang memodifikasi atau mengadaptasi routines sesuai kebutuhan konteks. Perubahan ini mencerminkan perkembangan pemahaman dan kemandirian berpikir matematis (Muslim et al., 2024).

Dengan demikian, penerapan routines dalam interaksi matematis menegaskan bahwa pembelajaran matematika melibatkan pembiasaan praktik diskursif yang bermakna. Routines menjadi sarana internalisasi norma matematis dan penguatan pemahaman konseptual.

d. Narrative sebagai Legitimasi Penalaran dalam Interaksi Matematis

Narrative dalam perspektif commognitive merujuk pada cara penalaran matematis dilegitimasi melalui cerita, penjelasan, atau argumen yang diterima secara kolektif. Dalam interaksi matematis, narrative berfungsi menentukan apa yang dianggap benar, masuk akal, dan dapat diterima secara matematis. Penerapan narrative dalam diskusi membantu peserta didik memahami bahwa kebenaran matematis dibangun melalui penalaran yang dapat dijustifikasi, bukan sekadar otoritas eksternal (Edwards, 2025).

Narrative berperan mengaitkan prosedur dengan makna. Ketika peserta didik menjelaskan mengapa suatu langkah valid atau mengapa suatu strategi efektif, mereka sedang membangun narrative matematis yang menghubungkan tindakan dengan konsep. Interaksi yang menekankan narrative mendorong peserta didik berpikir secara reflektif dan mempertimbangkan koherensi penalarannya (Gao et al., 2025).

Selain itu, narrative bersifat dinamis dan dapat berubah seiring berkembangnya pemahaman. Diskusi memungkinkan narrative lama dipertanyakan dan direvisi melalui dialog dan justifikasi baru. Proses ini menunjukkan bahwa pemahaman matematis bersifat berkembang dan terbuka terhadap penyempurnaan (Heyd-Metzuyanim, 2025).

Dengan demikian, penerapan narrative dalam interaksi matematis menegaskan bahwa pembelajaran matematika melibatkan legitimasi penalaran melalui diskursus. Narrative menjadi sarana utama untuk membangun pemahaman matematis yang koheren, reflektif, dan bermakna secara sosial.

4. Strategi Memfasilitasi Diskusi yang Bermakna dan Produktif

a. Membangun Lingkungan Diskusi yang Mendukung Partisipasi Matematis

Strategi utama dalam memfasilitasi diskusi matematis yang bermakna adalah membangun lingkungan belajar yang secara eksplisit mendukung partisipasi intelektual seluruh peserta didik. Lingkungan ini tidak hanya berkaitan dengan pengaturan fisik kelas, tetapi terutama menyangkut norma diskursif yang menempatkan ide matematis sebagai fokus utama diskusi. Ketika diskusi diarahkan pada eksplorasi pemikiran, bukan pada evaluasi jawaban benar atau salah, peserta didik terdorong untuk berkontribusi secara lebih terbuka. Pendekatan ini sejalan dengan pandangan bahwa diskusi matematis yang produktif memerlukan iklim psikologis yang aman bagi eksplorasi ide dan kesalahan konseptual (Sweeney & Reid O'Connor, 2025).

Lingkungan diskusi yang mendukung juga ditandai oleh pengakuan terhadap keragaman cara berpikir matematis. Setiap kontribusi diperlakukan sebagai sumber potensial untuk memperkaya pemahaman kolektif, bukan sebagai penyimpangan dari prosedur baku. Dalam konteks ini, fasilitasi diskusi menuntut kepekaan terhadap perbedaan latar belakang, pengalaman, dan gaya komunikasi peserta didik, sebagaimana ditekankan dalam kajian tentang keadilan dan inklusivitas dalam pendidikan matematika (Barros & Skovsmose, 2025).

Lebih lanjut, lingkungan diskusi yang produktif mendorong peserta didik untuk saling merespons, bukan hanya merespons guru. Interaksi horizontal antar peserta didik memperluas ruang negosiasi makna dan menguatkan peran diskusi sebagai praktik sosial-epistemik. Ketika peserta didik saling menanggapi ide, diskusi berkembang menjadi arena kolaboratif untuk membangun pemahaman bersama (Zhang & Appelbaum, 2025).

Dengan demikian, strategi membangun lingkungan diskusi yang mendukung partisipasi matematis merupakan fondasi utama bagi diskusi yang bermakna. Tanpa lingkungan yang kondusif, diskusi cenderung menjadi formalitas verbal yang tidak berkontribusi signifikan terhadap pemahaman matematis.

b. Mengajukan Pertanyaan Pemantik yang Memperdalam Penalaran

Pertanyaan pemantik merupakan instrumen strategis dalam memfasilitasi diskusi matematis yang produktif. Pertanyaan yang dirancang secara cermat mampu mengarahkan perhatian peserta didik pada aspek konseptual yang esensial, sekaligus membuka ruang bagi beragam strategi dan penalaran. Dalam konteks diskusi pemecahan masalah, pertanyaan pemantik berfungsi menstimulasi refleksi, bukan sekadar memverifikasi prosedur. Strategi ini selaras dengan pandangan bahwa pertanyaan yang menantang secara intelektual dapat mendorong elaborasi penalaran matematis (Johnson & Ohtani, 2025).

Pertanyaan pemantik yang efektif biasanya bersifat terbuka dan menuntut justifikasi. Alih-alih menanyakan "berapa hasilnya", fasilitator diskusi lebih menekankan pertanyaan seperti "mengapa langkah ini masuk akal" atau "apa alternatif lain yang mungkin digunakan". Pertanyaan semacam ini memperkaya diskursus dan membantu peserta didik mengaitkan prosedur dengan makna konseptual (Gao et al., 2025). Dengan demikian, diskusi tidak terjebak pada reproduksi langkah, melainkan berkembang menuju eksplorasi ide.

Selain itu, pertanyaan pemantik juga dapat digunakan untuk menghubungkan berbagai kontribusi dalam diskusi. Dengan merujuk kembali pada ide peserta didik sebelumnya, fasilitator membantu membangun koherensi diskursus dan memperjelas hubungan antar gagasan. Praktik ini memperkuat sifat dialogis diskusi dan mencegah fragmentasi pemahaman (Pimm et al., 2026).

Dengan demikian, strategi pengajuan pertanyaan pemantik yang tepat merupakan kunci untuk menjaga diskusi tetap fokus, mendalam, dan bermakna. Pertanyaan berfungsi sebagai penggerak utama penalaran matematis dalam interaksi kelas.

c. Mengelola Waktu dan Alur Diskusi Secara Adaptif

Pengelolaan waktu dan alur diskusi merupakan aspek strategis yang menentukan kualitas interaksi matematis. Diskusi yang bermakna memerlukan waktu yang cukup untuk eksplorasi ide, namun juga membutuhkan struktur agar tidak kehilangan fokus. Strategi fasilitasi yang adaptif memungkinkan diskusi berkembang secara alami tanpa terjebak dalam penyimpangan yang tidak produktif. Pendekatan ini menuntut kemampuan untuk menyeimbangkan antara kebebasan eksplorasi dan keterarahan konseptual (Wilkie, 2025).

Pengelolaan alur diskusi juga berkaitan dengan kemampuan mengenali momen-momen kritis dalam interaksi. Pada saat tertentu, diskusi perlu diperdalam melalui eksplorasi lebih lanjut, sementara pada saat lain perlu dirangkum agar pemahaman kolektif menjadi lebih jelas. Kepekaan terhadap dinamika ini membantu memastikan bahwa diskusi berkontribusi pada perkembangan pemahaman matematis, bukan sekadar pertukaran pendapat (Jarry-Shore & Richardson, 2025).

Selain itu, strategi pengelolaan waktu yang efektif mempertimbangkan ritme kognitif peserta didik. Diskusi yang terlalu cepat dapat menghambat pemrosesan ide, sementara diskusi yang terlalu lambat dapat mengurangi keterlibatan. Oleh karena itu, fasilitasi diskusi memerlukan fleksibilitas dalam mengatur durasi eksplorasi, klarifikasi, dan refleksi (Gustafsson, 2024).

Dengan demikian, pengelolaan waktu dan alur diskusi secara adaptif merupakan prasyarat bagi diskusi matematis yang produktif. Strategi ini memastikan bahwa diskusi tetap bermakna, terarah, dan selaras dengan tujuan pemahaman matematis.

d. Menyimpulkan Diskusi sebagai Proses Konsolidasi Pemahaman

Strategi penting lainnya dalam memfasilitasi diskusi yang bermakna adalah menyimpulkan hasil diskusi secara reflektif. Penyimpulan bukan sekadar rangkuman verbal, melainkan proses konsolidasi pemahaman yang mengaitkan berbagai kontribusi peserta didik ke dalam struktur konseptual yang koheren. Dalam perspektif diskursif, penyimpulan berfungsi menegaskan narrative matematis yang telah dibangun selama diskusi (Edwards, 2025).

Penyimpulan yang efektif menyoroti hubungan antar ide, menegaskan prinsip umum, dan mengklarifikasi batasan konsep. Dengan demikian, peserta didik dapat melihat bagaimana diskusi berkontribusi pada pemahaman matematis yang lebih luas. Praktik ini penting untuk mencegah diskusi berakhir sebagai kumpulan ide terpisah tanpa integrasi konseptual (Rim et al., 2025).

Selain itu, penyimpulan juga dapat melibatkan peserta didik secara aktif. Dengan mengundang peserta didik untuk merefleksikan apa yang telah dipelajari, diskusi berlanjut pada tingkat metakognitif. Refleksi ini memperkuat pemahaman dan membantu peserta didik menyadari perkembangan cara berpikirnya (Smith, 2024).

Dengan demikian, strategi menyimpulkan diskusi sebagai proses konsolidasi pemahaman menegaskan peran diskusi sebagai sarana pembentukan pengetahuan matematis yang bermakna dan berkelanjutan.

5. Tantangan Implementasi Diskusi Pemecahan Masalah Matematika

a. Tantangan Epistemik dalam Memaknai Diskusi Matematis

Salah satu tantangan utama dalam implementasi diskusi pemecahan masalah matematika terletak pada aspek epistemik, yaitu cara pengetahuan matematis dipahami dan dilegitimasi dalam praktik pembelajaran. Dalam banyak konteks pendidikan, matematika masih dipersepsikan sebagai kumpulan prosedur baku yang harus diikuti secara linear, sehingga diskusi sering dipandang sebagai aktivitas tambahan yang tidak esensial. Persepsi ini menghambat pengembangan diskusi sebagai ruang pembentukan makna matematis yang dialogis dan reflektif (Horrocks & Shearman, 2025). Ketika matematika direduksi menjadi jawaban akhir, diskusi kehilangan fungsi epistemiknya sebagai sarana eksplorasi dan justifikasi penalaran.

Tantangan epistemik juga muncul dari ketegangan antara kebenaran formal dan proses pemahaman. Diskusi pemecahan masalah menuntut pengakuan terhadap proses berpikir yang belum sempurna, sementara tradisi pembelajaran sering menekankan ketepatan hasil. Ketegangan ini menyebabkan diskusi cenderung diarahkan untuk mencapai kesimpulan cepat, bukan untuk mengkaji alasan di balik strategi yang digunakan. Dalam perspektif diskursif, kondisi tersebut membatasi peluang peserta didik untuk membangun narrative matematis yang koheren (Torkildsen et al., 2025).

Selain itu, perbedaan cara memaknai objek matematis antar peserta didik sering menimbulkan kebingungan epistemik. Tanpa fasilitasi yang tepat, perbedaan ini dapat dipersepsikan sebagai kesalahan, bukan sebagai sumber diskusi yang produktif. Padahal, keragaman interpretasi justru merupakan ciri khas diskursus matematis yang hidup dan bermakna (Scheiner & Bosch, 2025).

Dengan demikian, tantangan epistemik dalam implementasi diskusi pemecahan masalah matematika berkaitan erat dengan cara matematika dipahami sebagai pengetahuan. Perubahan paradigma dari transmisi prosedural menuju konstruksi makna diskursif menjadi prasyarat utama agar diskusi dapat berfungsi secara optimal.

b. Tantangan Linguistik dan Diskursif dalam Interaksi Kelas

antangan berikutnya berkaitan dengan aspek linguistik dan diskursif dalam interaksi matematis. Diskusi pemecahan masalah menuntut penggunaan bahasa matematis yang presisi sekaligus fleksibel, namun tidak semua peserta didik memiliki kesiapan linguistik yang memadai. Ketimpangan dalam penguasaan istilah, struktur kalimat, dan simbol matematis dapat menghambat partisipasi aktif dalam diskusi (Sihlangu et al., 2025). Akibatnya, diskusi cenderung didominasi oleh peserta didik tertentu, sementara yang lain memilih diam.

Selain itu, peralihan dari bahasa sehari-hari ke bahasa matematis formal sering menjadi sumber kesulitan. Peserta didik mungkin memahami ide secara intuitif, tetapi kesulitan mengekspresikannya dalam bentuk diskursif yang dapat diterima secara matematis. Tantangan ini diperparah ketika diskusi tidak memberikan ruang yang cukup untuk eksplorasi bahasa informal sebagai jembatan menuju formalisasi (Hwang, 2025).

Tantangan diskursif juga muncul dari norma komunikasi yang telah mengakar dalam kelas. Jika interaksi sebelumnya bersifat satu arah dan berpusat pada guru, peserta didik membutuhkan waktu untuk beradaptasi dengan diskusi yang dialogis. Perubahan norma ini sering menimbulkan ketidaknyamanan dan resistensi awal, baik dari peserta didik maupun dari pengelola pembelajaran (Samples, 2025).

Dengan demikian, tantangan linguistik dan diskursif menuntut perhatian serius dalam implementasi diskusi pemecahan masalah matematika. Tanpa pengelolaan bahasa dan norma diskursif yang inklusif, diskusi berisiko menjadi aktivitas elitis yang tidak menjangkau seluruh peserta didik.

c. Tantangan Sosial dan Dinamika Partisipasi dalam Diskusi

Implementasi diskusi pemecahan masalah matematika juga menghadapi tantangan sosial yang berkaitan dengan dinamika partisipasi dan relasi antar individu. Diskusi merupakan praktik sosial yang dipengaruhi oleh posisi, peran, dan kekuasaan simbolik dalam kelompok. Perbedaan status akademik, kepercayaan diri, dan pengalaman sebelumnya dapat memengaruhi siapa yang berbicara dan siapa yang didengar (Källberg & Roos, 2025). Ketimpangan ini berpotensi menghambat terjadinya dialog yang setara dan bermakna.

Tantangan sosial lainnya muncul ketika diskusi memunculkan konflik ide. Meskipun konflik diskursif dapat bersifat produktif, tanpa pengelolaan yang tepat konflik tersebut dapat berkembang menjadi ketegangan interpersonal. Dalam situasi ini, fokus diskusi bergeser dari pemecahan masalah matematis menuju dinamika relasi sosial, sehingga tujuan epistemik diskusi menjadi kabur (Barros & Skovsmose, 2025).

Selain itu, budaya belajar yang menekankan keharmonisan dan penghindaran konflik dapat membatasi keberanian peserta didik untuk mengemukakan pendapat yang berbeda. Padahal, diskusi pemecahan masalah justru memerlukan keberanian untuk mempertanyakan, mengkritisi, dan merevisi ide secara terbuka. Tantangan ini menunjukkan bahwa implementasi diskusi tidak hanya persoalan strategi pedagogis, tetapi juga transformasi budaya kelas (Makramalla et al., 2025).

Dengan demikian, tantangan sosial dalam diskusi pemecahan masalah matematika menuntut perhatian terhadap relasi antar peserta didik. Pengelolaan dinamika partisipasi menjadi kunci agar diskusi dapat berfungsi sebagai ruang kolaboratif yang adil dan produktif.

d. Tantangan Integrasi Diskusi dalam Struktur Pembelajaran Formal

Tantangan terakhir berkaitan dengan integrasi diskusi pemecahan masalah matematika dalam struktur pembelajaran formal yang sering kali bersifat kaku. Keterbatasan waktu, tuntutan kurikulum, dan tekanan evaluasi berbasis hasil akhir sering menjadi hambatan bagi pelaksanaan diskusi yang mendalam. Dalam kondisi ini, diskusi cenderung dipadatkan atau bahkan dihilangkan demi mengejar target materi (Haziki et al., 2025).

Selain itu, struktur pembelajaran yang terfragmentasi menyulitkan pengembangan diskusi sebagai proses berkelanjutan. Diskusi yang terputus-putus kehilangan kontinuitas epistemik, sehingga sulit membangun pemahaman yang terintegrasi. Tantangan ini menunjukkan perlunya penataan ulang struktur pembelajaran agar diskusi dapat diakomodasi sebagai bagian inti, bukan tambahan (Minh & Keodavan, 2024).

Tantangan integrasi juga berkaitan dengan ekspektasi institusional terhadap peran guru dan peserta didik. Dalam banyak sistem pendidikan, guru masih diposisikan sebagai sumber utama pengetahuan, sehingga pergeseran menuju diskusi kolaboratif memerlukan redefinisi peran yang tidak selalu mudah diterima (Klemer et al., 2025).

Dengan demikian, tantangan implementasi diskusi pemecahan masalah matematika bersifat multidimensional, mencakup aspek epistemik, linguistik, sosial, dan struktural. Menghadapi tantangan ini memerlukan komitmen konseptual untuk menempatkan diskusi sebagai inti pembelajaran matematika yang bermakna dan berorientasi pada pemahaman.

6. Arah Pengembangan Praktik Diskusi Pemecahan Masalah Matematika

a. Penguatan Paradigma Diskursif dalam Pembelajaran Matematika

Arah pengembangan praktik diskusi pemecahan masalah matematika perlu dimulai dari penguatan paradigma diskursif sebagai landasan berpikir pedagogis. Diskusi tidak lagi diposisikan sebagai aktivitas pendukung setelah penyampaian materi, melainkan sebagai wahana utama pembentukan makna matematis. Paradigma ini menuntut pergeseran cara pandang terhadap belajar matematika, dari akumulasi prosedur menuju partisipasi aktif dalam praktik bernalar dan berargumentasi. Penguatan paradigma diskursif menegaskan bahwa pemahaman matematis dibangun melalui interaksi sosial yang dimediasi oleh bahasa dan representasi (Scheiner & Bosch, 2025).

Dalam konteks ini, diskusi pemecahan masalah perlu dikembangkan sebagai praktik yang berorientasi pada eksplorasi ide, bukan sekadar validasi jawaban. Arah pengembangan ini mendorong pengakuan terhadap proses berpikir yang beragam dan membuka ruang bagi ketidakpastian konseptual sebagai bagian alami dari belajar matematika. Pendekatan tersebut selaras dengan gagasan bahwa matematika merupakan aktivitas manusia yang berkembang melalui dialog dan refleksi kolektif (Bagchi, 2025).

Penguatan paradigma diskursif juga mengimplikasikan penataan ulang tujuan pembelajaran. Keberhasilan pembelajaran tidak hanya diukur dari ketepatan hasil, tetapi dari kualitas partisipasi diskursif peserta didik. Diskusi yang bermakna memungkinkan peserta didik membangun pemahaman yang lebih tahan lama karena berakar pada penalaran yang dipahami dan dinegosiasikan bersama (Horrocks & Shearman, 2025).

Dengan demikian, arah pengembangan praktik diskusi pemecahan masalah matematika menuntut komitmen konseptual untuk menjadikan diskursus sebagai inti pembelajaran. Paradigma diskursif menyediakan kerangka berpikir yang memungkinkan diskusi berfungsi sebagai sarana utama pembentukan pengetahuan matematis yang bermakna dan reflektif.

b. Integrasi Berkelanjutan Diskusi dalam Struktur Pembelajaran

Arah pengembangan berikutnya berkaitan dengan integrasi diskusi pemecahan masalah secara berkelanjutan dalam struktur pembelajaran matematika. Diskusi yang berdampak tidak bersifat insidental, melainkan terencana dan terjalin secara konsisten dalam alur pembelajaran. Integrasi berkelanjutan memungkinkan peserta didik mengembangkan kebiasaan berpikir diskursif dan membangun kontinuitas pemahaman antar topik matematis. Pendekatan ini menegaskan bahwa diskusi bukan pengayaan, tetapi bagian inheren dari proses belajar (Minh & Keodavan, 2024).

Integrasi diskusi juga menuntut penyesuaian terhadap desain tugas matematis. Tugas perlu dirancang agar membuka ruang diskusi, memungkinkan beragam strategi, dan mendorong justifikasi penalaran. Dengan demikian, diskusi menjadi konsekuensi alami dari karakter tugas, bukan aktivitas tambahan yang dipaksakan (Johnson & Ohtani, 2025). Arah ini menekankan keterpaduan antara desain tugas dan praktik diskursif.

Selain itu, integrasi berkelanjutan diskusi memerlukan konsistensi norma dan ekspektasi. Peserta didik perlu memahami bahwa diskusi merupakan bagian rutin dari pembelajaran matematika, bukan situasi khusus yang hanya muncul sesekali. Konsistensi ini membantu membangun kepercayaan diri dan kesiapan berpartisipasi secara aktif (Samples, 2025).

Dengan demikian, arah pengembangan praktik diskusi pemecahan masalah matematika mengarah pada pembelajaran yang terstruktur namun fleksibel, di mana diskusi terintegrasi secara sistematis dalam keseluruhan pengalaman belajar matematika.

c. Pemanfaatan Teknologi sebagai Pendukung Diskursus Matematis

Arah pengembangan praktik diskusi pemecahan masalah matematika juga mencakup pemanfaatan teknologi sebagai pendukung diskursus matematis. Teknologi digital menyediakan peluang untuk memperluas ruang diskusi, baik melalui visualisasi, kolaborasi daring, maupun representasi dinamis. Pemanfaatan teknologi perlu dipahami bukan sebagai tujuan, melainkan sebagai sarana untuk memperkaya praktik diskursif dan memperdalam pemahaman matematis (Sumalan & Moldoveanu, 2024).

Dalam perspektif diskursif, teknologi berfungsi sebagai mediator tambahan yang memungkinkan koordinasi ide secara lebih eksplisit. Visualisasi digital, misalnya, membantu peserta didik menguji dan merevisi pemahamannya melalui interaksi dengan representasi yang dinamis. Hal ini memperkuat hubungan antara bahasa, visual mediator, dan penalaran matematis (Gustiningsi et al., 2024). Diskusi yang dimediasi teknologi membuka peluang eksplorasi yang sulit dicapai melalui representasi statis.

Selain itu, teknologi memungkinkan perluasan diskusi melampaui batas ruang kelas. Interaksi daring memberikan kesempatan bagi peserta didik untuk merefleksikan ide secara lebih mendalam dan berpartisipasi dalam tempo yang berbeda. Arah pengembangan ini menuntut perhatian terhadap kualitas interaksi, agar teknologi benar-benar mendukung diskursus bermakna, bukan sekadar mempercepat pertukaran pesan (Çelik & Arslan, 2025).

Dengan demikian, pemanfaatan teknologi dalam praktik diskusi pemecahan masalah matematika perlu diarahkan pada penguatan diskursus dan pemaknaan konsep. Teknologi menjadi alat yang memperluas dan memperkaya praktik diskusi, bukan menggantikannya.

d. Pengembangan Profesional Berbasis Praktik Diskursif

Arah pengembangan terakhir berkaitan dengan pengembangan profesional pendidik yang berfokus pada praktik diskursif. Fasilitasi diskusi pemecahan masalah matematika menuntut kompetensi khusus yang tidak selalu terbangun melalui pendekatan pembelajaran tradisional. Oleh karena itu, pengembangan profesional perlu diarahkan pada pemahaman mendalam tentang dinamika diskursus, peran bahasa, dan strategi mengelola interaksi matematis (Suazo-Flores et al., 2025).

Pengembangan profesional berbasis praktik diskursif menekankan refleksi terhadap interaksi kelas sebagai sumber belajar. Dengan merefleksikan cara diskusi berlangsung, pendidik dapat mengidentifikasi peluang untuk memperdalam pemahaman matematis peserta didik. Pendekatan ini memandang praktik mengajar sebagai aktivitas intelektual yang terus berkembang (Saadati et al., 2025).

Selain itu, pengembangan profesional juga perlu menekankan kolaborasi antar pendidik. Diskusi tentang praktik diskursif memungkinkan pertukaran perspektif dan pengayaan strategi fasilitasi. Kolaborasi ini memperkuat konsistensi implementasi diskusi pemecahan masalah matematika dalam konteks yang beragam (Yang et al., 2025).

Dengan demikian, arah pengembangan praktik diskusi pemecahan masalah matematika menuntut investasi berkelanjutan dalam pengembangan profesional yang berorientasi pada diskursus. Kompetensi diskursif pendidik menjadi kunci untuk mewujudkan pembelajaran matematika yang bermakna, reflektif, dan berkelanjutan.

GLOSARIUM

Pemecahan Masalah:
Pemecahan masalah merupakan aktivitas berpikir matematis yang berorientasi pada upaya memahami, merencanakan, melaksanakan, dan merefleksikan strategi untuk menyelesaikan situasi problematik yang tidak dapat diatasi secara langsung melalui prosedur rutin. Pemecahan masalah menekankan proses penalaran, pengambilan keputusan strategis, serta kemampuan menggeneralisasi solusi, sehingga berfungsi sebagai sarana utama pembentukan pemahaman konseptual dan pengembangan cara berpikir matematis yang bermakna

Diskusi Matematis
Diskusi matematis adalah praktik interaksi sosial-epistemik yang melibatkan pertukaran ide, argumentasi, justifikasi, dan negosiasi makna matematis antar individu dalam konteks pembelajaran. Diskusi matematis berfungsi sebagai ruang kolektif untuk membangun pemahaman, mengevaluasi strategi, dan merekonstruksi konsep melalui bahasa, representasi, dan penalaran yang dapat dipertanggungjawabkan secara matematis.

Commognitive
Commognitive merupakan perspektif teoretis yang memandang berpikir dan berkomunikasi sebagai satu kesatuan yang tidak terpisahkan dalam pembelajaran matematika. Dalam perspektif ini, aktivitas berpikir matematis dipahami sebagai bentuk partisipasi dalam diskursus matematika yang dimediasi oleh bahasa, visual mediator, routines, dan narrative, sehingga pemahaman berkembang melalui interaksi diskursif yang bermakna.

Visual Mediator
Visual mediator adalah representasi visual yang berperan sebagai perantara dalam pembentukan dan pemaknaan konsep matematis, seperti diagram, grafik, simbol, tabel, atau

representasi dinamis. Visual mediator membantu mengoordinasikan bahasa dan objek matematis, memungkinkan peserta didik menstrukturkan pemahaman, menguji ide, serta menjelaskan relasi konseptual secara lebih eksplisit dalam diskusi matematis.

Routines

Routines merupakan pola aktivitas diskursif yang berulang dan bermakna dalam praktik pemecahan masalah matematika, seperti cara menjelaskan strategi, memeriksa solusi, atau memberikan justifikasi. Routines membentuk norma dan ekspektasi bersama tentang bagaimana matematika dipraktikkan dan dibicarakan, sekaligus berfungsi sebagai kerangka stabil yang mendukung perkembangan pemahaman dan kemandirian berpikir matematis.

Narrative

Narrative adalah bentuk legitimasi penalaran matematis yang diwujudkan melalui penjelasan, argumen, atau cerita konseptual yang diterima secara kolektif sebagai masuk akal dan sahih secara matematis. Narrative menghubungkan prosedur dengan makna, menjelaskan alasan di balik langkah-langkah penyelesaian, serta menjadi sarana utama pembentukan koherensi pemahaman dalam diskusi pemecahan masalah matematika.

Posisi dan Peran Diskursif

Posisi dan peran diskursif merujuk pada cara individu ditempatkan dan berpartisipasi dalam diskusi matematis, baik sebagai pengusul ide, penanya, pengkritik, penjelas, maupun penilai strategi. Posisi dan peran ini bersifat dinamis dan dapat berubah seiring perkembangan pemahaman matematis, mencerminkan relasi sosial dan epistemik yang membentuk kualitas interaksi serta kedalaman diskursus pemecahan masalah.

DAFTAR PUSTAKA

Bagchi, S. (2025). Philosophy of revitalising mathematics education in society: A historical discourse. Pythagoras, 46(1). https://doi.org/10.4102/pythagoras.v46i1.820

Baccaglini-Frank, A., Carotenuto, G., Funghi, S., Lisarelli, G., & Miragliotta, E. (2025). Digital artifacts in mathematics education: How can we study the learning processes they promote? Bollettino Dell'Unione Matematica Italiana, 18(1), 17–48. https://doi.org/10.1007/s40574-024-00439-2

Barnett, J. H. (2022). Primary source projects as textbook replacements: A commognitive analysis. ZDM – International Journal on Mathematics Education, 54(7), 1569–1582. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01401-2

Barros, D. D., & Skovsmose, O. (2025). LGBTQ+ life conditions: A landscape of investigation in mathematics education. Journal of Mathematics Teacher Education, 28(4), 909–923. https://doi.org/10.1007/s10857-024-09633-7

Ben-Dor, N., & Heyd-Metzuyanim, E. (2021). Standing on each other's shoulders: A case of coalescence between geometric discourses in peer interaction. Journal of Mathematical Behavior, 64, 100900. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2021.100900

Ben-Dor, N., & Heyd-Metzuyanim, E. (2025). Shifts in meta-level learning agreement during mathematics peer learning: Integrating positioning theory and commognitive framework. Educational Studies in Mathematics. https://doi.org/10.1007/s10649-025-10433-w

Çelik, A., & Arslan, S. (2025). Lower secondary students' cognitive, social and instructional mathematical experiences in instant messaging environments. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. https://doi.org/10.1080/0020739X.2025.2483489

Edwards, A. (2025). Trusted together: A commognitive perspective on a primary source project in multivariable calculus. Mathematics Enthusiast, 22(1–2), 123–148. https://doi.org/10.54870/1551-3440.1655

Felmer, P. (2023). Collaborative problem-solving in mathematics. Current Opinion in Behavioral Sciences, 52, 101296. https://doi.org/10.1016/j.cobeha.2023.101296

Gao, H., Evans, T., & Fergusson, A. (2025). Student-generated explanation in undergraduate mathematics and statistics education: A systematic literature review. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. https://doi.org/10.1080/0020739X.2025.2556867

Gustiningsi, T., Putri, R. I., Zulkardi, Z., & Hapizah, H. (2024). Supporting students' mathematical literacy skill using digital tools. In AIP Conference Proceedings (Vol. 3046, Issue 1). https://doi.org/10.1063/5.0194695

Gustafsson, P. (2024). Productive mathematical whole-class discussions: A mixed-method approach exploring the potential of multiple-choice tasks supported by a classroom response system. International Journal of Science and Mathematics Education, 22(4), 861–884. https://doi.org/10.1007/s10763-023-10402-w

Hadi, S., Dolk, M., Kamaliyah, U., & Hidayanto, T. (2025). Mathematical reasoning: How students learn mathematics? Journal on Mathematics Education, 16(3), 937–954. https://doi.org/10.22342/jme.v16i3.pp937-954

Haziki, N. H., Abdullah, A. H., & Hamzah, M. H. (2025). Flipped classrooms in higher education: A meta-analysis of their impact on mathematics performance. Malaysian Journal of Mathematical Sciences, 19(1), 125–146. https://doi.org/10.47836/mjms.19.1.07

Heyd-Metzuyanim, E. (2025). Failure to teach/learn mathematics: A complexity-discursive perspective. Educational Studies in Mathematics, 119(3), 515–533. https://doi.org/10.1007/s10649-025-10404-1

Horrocks, M., & Shearman, D. (2025). Rethinking what is valuable in mathematics and statistics education. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. https://doi.org/10.1080/0020739X.2025.2556864

Hwang, J. (2025). Developing an instrument to measure Korean pre-service teachers' understanding of language as an epistemic tool in mathematics education. School Science and Mathematics, 125(6), 600–612. https://doi.org/10.1111/ssm.18309

Jarry-Shore, M., & Richardson, A. (2025). Noticing struggle during collaborative problem-solving in the middle-school mathematics classroom. Journal of Mathematics Teacher Education, 28(4), 953–978. https://doi.org/10.1007/s10857-024-09638-2

Johnson, H. L., & Ohtani, M. (2025). Advances in task design in mathematics education. ZDM – International Journal on Mathematics Education, 57(4), 651–664. https://doi.org/10.1007/s11858-025-01690-3

Källberg, P. S., & Roos, H. (2025). Meaning(s) of a student perspective in mathematics education research.

Educational Studies in Mathematics, 119(2), 367–392. https://doi.org/10.1007/s10649-024-10374-w

Klemer, A., Merdler, M., & Peled, Y. (2025). Perceptions, attitudes and approaches of mathematics teachers to remote teaching in an emergency. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 56(10), 1887–1906. https://doi.org/10.1080/0020739X.2024.2376715

Lu, J., Wu, S., Wang, Y., & Zhang, Y. (2023). Visualizing the commognitive processes of collaborative problem solving in mathematics classrooms. Asia-Pacific Education Researcher, 32(5), 615–628. https://doi.org/10.1007/s40299-022-00681-2

Makramalla, M., Coles, A., Le Roux, K., & Wagner, D. (2025). Mathematics education for sustainable futures: A strengths-based survey of the field to invite further research action. Educational Studies in Mathematics, 119(3), 535–556. https://doi.org/10.1007/s10649-025-10389-x

Mendez, J. A., & van Es, E. A. (2025). Examining teachers' relational noticing: Promoting equity through positive interactions in mathematics education. Journal of Mathematics Teacher Education, 28(7), 1541–1566. https://doi.org/10.1007/s10857-024-09635-5

Minh, M. T., & Keodavan, X. (2024). Unpacking the advantages and challenges of flipped classrooms in initial mathematics teacher education in Vietnam. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 20(5). https://doi.org/10.29333/ejmste/14449

Muslim, M., Nusantara, T., Sudirman, S., & Irawati, S. (2024). The causes of changes in student positioning in group discussions using Polya's problem-solving and commognitive approaches. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 20(9), em2506. https://doi.org/10.29333/ejmste/15148

Pimm, D., Ingram, J., & Planas, N. (2026). Trialoguing about engaging with communication and language in relation to mathematics and its education. Mathematics Enthusiast, 23(1–2), 1–14. https://doi.org/10.54870/1551-3440.1677

Samples, B. (2025). Disrupting the expectation of grades in mathematics teacher education. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. https://doi.org/10.1080/0020739X.2025.2551825

Scheiner, T., & Bosch, M. (2025). Dialogues between theoretical approaches in mathematics education research: A systematic review. ZDM – International Journal on Mathematics Education, 57(4), 711–725. https://doi.org/10.1007/s11858-025-01687-y

Sihlangu, S., Maphutha, K., & Mokwana, L. (2025). A commognitive analysis of learners' mathematical thinking on mathematics vocabulary used during classroom discourse. Journal on Mathematics Education, 16(4), 1389–1406. https://doi.org/10.22342/jme.v16i4.pp1389-1406

Smith, J. (2024). Supporting metacognitive talk during collaborative problem solving: A case study in Scottish primary school mathematics. Education 3–13, 52(8), 1578–1593. https://doi.org/10.1080/03004279.2023.2187670

Sumalan, A.-L., & Moldoveanu, C.-E. (2024). Use of digital technology in integrated mathematics education. Applied System Innovation, 7(4). https://doi.org/10.3390/asi7040066

Suazo-Flores, E., Walker, W. S., Kastberg, S. E., Aqazade, M., & Alyami, H. (2025). Mathematics education researchers' practices in interdisciplinary collaborations: Embracing different ways of knowing. Mathematics Education Research Journal, 37(2), 239–256. https://doi.org/10.1007/s13394-024-00489-x

Torkildsen, H. A., Forbregd, T. A., Kaspersen, E., & Solstad, T. (2025). Toward a unified account of definitions in mathematics education research: A systematic literature review. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 56(1), 29–56. https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2180678

Walkington, C. (2025). The implications of generative artificial intelligence for mathematics education. School Science and Mathematics. https://doi.org/10.1111/ssm.18356

Wilkie, K. J. (2025). 'Things haven't gone the way I thought they'd go': Secondary mathematics teachers talk about trialling a problem-solving pedagogy. Journal of Mathematics Teacher Education. https://doi.org/10.1007/s10857-025-09709-y

Zhang, S., Cao, Y., Chan, M. C. E., & Wan, M. E. V. (2022). A comparison of meaning negotiation during collaborative problem solving in mathematics between students in China and Australia. ZDM – International Journal on Mathematics Education, 54(2), 287–302. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01335-9

Zhang, S., & Appelbaum, P. (2025). Conceived linearities in mathematics education and how to disrupt them. Research in Mathematics Education. https://doi.org/10.1080/14794802.2025.2579307

Teori dan Implementasi Diskusi Pemecahan Masalah Matematika:

Tahapan Polya dalam Perspektif Commognitive

Teori dan Implementasi Diskusi Pemecahan Masalah Matematika: Tahapan Polya dalam Perspektif Commognitive merupakan buku referensi yang membahas pemecahan masalah matematika sebagai praktik berpikir dan berkomunikasi yang terintegrasi dalam diskursus kelas. Buku ini mengkaji secara mendalam tahapan pemecahan masalah Polya sebagai kerangka berpikir matematis yang bersifat dinamis, serta memposisikannya dalam perspektif commognitive yang menekankan peran bahasa, visual mediator, routines, dan narrative dalam pembentukan pemahaman matematis. Melalui pendekatan konseptual dan diskursif, buku ini menguraikan bagaimana diskusi matematis berfungsi sebagai ruang negosiasi makna, pembentukan penalaran, serta dinamika perubahan peran dalam interaksi pemecahan masalah. Selain membahas landasan teoretis, buku ini juga mengelaborasi prinsip implementasi, strategi fasilitasi, tantangan, dan arah pengembangan praktik diskusi pemecahan masalah matematika dalam konteks pembelajaran kontemporer. Buku ini ditujukan bagi dosen, guru, mahasiswa pendidikan matematika, serta pemerhati pendidikan yang ingin memperdalam pemahaman tentang diskusi matematis sebagai inti pembelajaran bermakna, reflektif, dan berorientasi pada pengembangan cara berpikir matematis.